

# Zur mathematischen Expertise von Maschinenbauingenieuren

Burkhard Alpers, Hochschule Aalen, 30.12.2005

Gliederung:

1. Einleitung
2. Forschungsarbeiten zur Mathematik am Arbeitsplatz
  - 2.1 Überblick
  - 2.2 Methoden
  - 2.3 Erkenntnisse
  - 2.4 Erkenntnisse zur Ingenieursarbeit von Kent und Noss
3. Untersuchungsrahmen und –methode
4. Untersuchungsdurchführung und –ergebnisse
  - 4.1 Antworten auf die Untersuchungsfragen
  - 4.2 Qualifikationen bei der Nutzung von CAD-Programmen (Pro/Engineer, SolidEdge)
  - 4.3 Qualifikationen bei der Nutzung von FEM-Programmen (ANSYS Workbench)
5. Resümee und Ausblick
6. Literatur

Anhang 1: Beschreibung der Aufgabenstellung

Anhang 2: Anweisungen für Studenten

## 1. Einleitung

Blum und Sträßer haben die Ziele der Mathematikausbildung an berufsorientierten Schulen in drei Kategorien eingeteilt (nach Sträßer 2000): Pragmatische Ziele beinhalten die Befähigung, außermathematische Probleme und Situationen mit mathematischen Mitteln besser bewältigen zu können. Formative Ziele befassen sich mit dem Erlangen genereller Kompetenzen wie Argumentations- und Problemlösefähigkeit und mit der Bildung einer offenen Einstellung zur Behandlung neuer Probleme. Kulturelle Ziele beziehen sich schließlich auf das Herausbilden eines Bildes von der Mathematik als Wissenschaft und als Teil der Gesellschaft. Sträßer (2000) bemerkt, dass bei der Berufsausbildung die pragmatischen Ziele im Vordergrund stehen, diese aber ohne die Problemlöse- und Transferfähigkeiten der formativen Kategorie auch nicht ausreichen. Für die Rolle der Mathematik in der Ingenieursausbildung kann man eine ähnliche Schwerpunktsetzung vornehmen (vgl. allgemeiner Chundang 1996). Die außermathematischen Situationen, die in Betracht zu ziehen sind, können folgendermaßen aufgeteilt werden:

- Zum einen handelt es sich um die Nutzung der Mathematik in den Anwendungsfächern der Ingenieurausbildung. Hier wären zum Beispiel im Maschinenbau die Fächer Physik, Technische Mechanik, Festigkeitslehre, Regelungstechnik und Maschinendynamik zu nennen, die viele mathematische Modelle beinhalten und bei denen die Mathematik zum Lösen von Problemen einen wesentlichen Beitrag liefert. Da die Kollegen in den Anwendungsfächern Anwendungsaufgaben durchrechnen lassen, ist hier auch nicht die Mathematik in Berechnungsprogrammen verborgen.

- Zum anderen handelt es sich um die Nutzung der Mathematik zur Problemlösung im realen Arbeitsleben als Ingenieur, wobei angesichts der vielfältigen Einsatzmöglichkeiten von Maschinenbauingenieuren von vornherein klar ist, dass man hier keine Aussagen für alle Ingenieure treffen kann.

Was die Nutzung von mathematischen Modellen und Konzepten in den Anwendungsfächern des maschinenbaulichen Curriculums anlangt, so kann man sich sehr gut darüber informieren, indem man Kollegenskripte und –aufgaben daraufhin untersucht. Dies kann man dann nutzen, um Querverbindungen aller Art herzustellen und somit ein möglichst integriertes Studienangebot zu erstellen. Ansätze dafür lassen sich beispielsweise auch in einem integrierten Hypertext (Alpers 1999) und in mathematischen Wiederauffrischungseinheiten für Anwendungsfächer des Hauptstudiums finden (Alpers 2000).

Noch recht wenig untersucht ist die Rolle der Mathematik bei der Bewältigung alltäglicher Aufgaben am Arbeitsplatz eines Ingenieurs. Will man aber dem eingangs genannten pragmatischen Ziel gerecht werden, so muss man zunächst einmal ein besseres Verständnis dieser Rolle gewinnen, um dann in einem zweiten Schritt die Ausbildung auch daran auszurichten. Deshalb soll die vorliegende Studie einen Beitrag zur Klärung der Frage leisten, inwieweit mathematische Konzepte, Modelle und Verfahren bei Alltagsaufgaben von Maschinenbauingenieuren eine Rolle spielen. Hierbei beschränkt sich die Studie aber auf typische Arbeitsbereiche von Fachhochschulabsolventen, die in der Regel nicht an der „Forschungs- und Entwicklungsfront“ mit tiefgehenden Modellierungen befasst sind. Es wird untersucht, wie zwei Studenten im letzten Studiensemester eine typische Konstruktions- und Auslegungsaufgabe aus dem Automobilbau bewältigen. Da Ingenieure am Arbeitsplatz über Programme verfügen, die sie ganz wesentlich bei der Bewältigung der Aufgaben unterstützen, sollen auch die Studenten industriübliche Programme, die sie im Rahmen ihrer Ausbildung bereits kennen gelernt haben, nutzen.

Kapitel 2 dieser Studie legt zunächst den Forschungsstand zum Thema Mathematik am Arbeitsplatz dar. Hierbei geht es um die betrachteten Arten von Arbeitsplätzen, die wesentlichen Erkenntnisse und Begriffe und die bei der Forschung verwendete Methodik. Dieser Teil dient insbesondere dazu, Ideen und genauere Fragestellungen für die eigene Studie zu entwickeln und Erkenntnisse der Forschung in die Betrachtung und Interpretation einfließen zu lassen. Das dritte Kapitel beschreibt dann die eigene Untersuchungsmethode, ihre Randbedingungen und Beschränkungen sowie potentielle Risiken. Im vierten Kapitel sind die Ergebnisse der Untersuchung dargelegt, wobei auf die Forschungsergebnisse im zweiten Kapitel Bezug genommen wird. Schließlich enthält das fünfte Kapitel ein Resümee und einen Ausblick auf weitere sinnvoll erscheinende Untersuchungen.

## **2. Forschungsarbeiten zur Mathematik am Arbeitsplatz**

Im ersten Abschnitt wird zunächst ein Überblick über einige relevante Arbeiten gegeben; dann werden die benutzten Forschungsmethoden sowie die wesentlichen Erkenntnisse vorgestellt. Der letzte Abschnitt befasst sich intensiver mit Methoden und Erkenntnissen eines speziellen Projekts zur mathematischen Expertise von Bauingenieuren von Kent und Noss, da diese Studie wegen des betrachteten Berufsfelds für die Untersuchung von Maschinenbauingenieuren am wichtigsten ist. Zwar bezieht sich die Studie von Hall und Steevens auch auf Bauingenieure, aber es werden dort im wesentlichen Diskussionen über die Resultate der Arbeit (fertige Pläne) und nicht die eigentliche Erstellung dieser Resultate (z.B. Straßenplanung im Gelände mit entsprechenden Tools) betrachtet. Insgesamt ist mit Sträßer (2000) festzustellen, dass es nur wenige Untersuchungen gibt, die sich auf Berufe mit akademischem Background beziehen.

## 2.1 Überblick

Seit den achtziger Jahren erschien eine Reihe von Veröffentlichungen zur Nutzung von Mathematik im Alltag und am Arbeitsplatz. Einen guten Überblick über den Forschungsstand bietet der Sammelband von Bessot und Ridgway (2000). Wir stellen im Folgenden einige der Arbeiten kurz vor, aus denen dann in den weiteren Abschnitten die wesentlichen Methoden und Erkenntnisse extrahiert werden.

Die Arbeiten bezüglich des Arbeitsplatzes befassen sich meistens mit nicht-akademischen Berufen oder solchen akademischen Berufen, die keinen „hohen“ Mathematikanteil in der Ausbildung aufweisen. So hat sich die Arbeitsgruppe um R. Noss und C. Hoyles intensiv mit Bankangestellten, Krankenschwestern und Piloten beschäftigt (vgl. Pozzi, Noss, Hoyles 1998; Hoyles, Noss, Pozzi 1999; Noss, Hoyles, Pozzi 2000). Zum einen geht es in diesen Arbeiten um die Erfassung der offenen und verborgenen Nutzung mathematischer Konzepte und Modelle, zum anderen wurden experimentelle Lernumgebungen genutzt, um die Modellerkenntnis und damit die Problemlösefähigkeiten zu verbessern. Ziel ist es, die Komponenten einer umfassenden technomathematischen Literalität („techno-mathematical literacy“, „TmL“) zu erfassen, um daraufhin ausbilden zu können. Dies ist der Schwerpunkt eines laufenden Projekts, in dessen Rahmen auch Arbeitsplätze in der Verpackungsindustrie und der Pharmazie untersucht werden (Kent, Hoyles, Noss, Guile 2004).

Williams und Wake (1999, 2001, 2003) haben sich mit den zukünftigen Arbeitsplätzen von Abgängern beruflicher Schulen befasst und versuchen, die potentielle Nutzung von Schulmathematik in den untersuchten Arbeitszusammenhängen zu erfassen. Ziel ist es, die Schulausbildung so anzupassen, dass die Schüler besser auf die entsprechenden Anforderungen vorbereitet sind. Dazu werden entsprechende mathematische Kompetenzen identifiziert und ein Curriculum zur Förderung dieser Kompetenzen erstellt.

Die Arbeitsgruppe um Hall (1999a,b) hat „design-orientierte“ Aufgaben an Arbeitsplätzen (Architekten u.a.) auf ihren mathematischen Gehalt hin untersucht. Quantitatives Denken und seine Rolle bei der Modellierung komplexer Systeme standen dabei im Vordergrund. Auch hier war das Ziel, die Schulausbildung zu verbessern. Dazu wurden design-orientierte Projekte auch in Schulen durchgeführt, wobei die Praktiker dann die Ergebnisse mit den Schülern diskutiert haben.

Evans (1999) untersucht das Problem des Transfers zwischen der „Lernwelt“ und der realen Arbeitswelt. Er entwickelt ein Transferkonzept, das man nutzen kann, um bereits in der Ausbildung die Chancen der späteren Anwendungsfähigkeit zu erhöhen.

## 2.2. Methoden

Zevenbergen (2002) unterscheidet bei ihrer Betrachtung der Untersuchungsmethoden in Forschungsarbeiten zur Mathematik am Arbeitsplatz zwei Ansätze. Im einen Ansatz wird versucht, in Arbeitsvorgängen und –situationen Schulmathematik wiederzuentdecken. Der Arbeitsplatz wird durch die Brille der Schulmathematik betrachtet. Sie sieht hierbei tendenziell die Gefahr, dass ein Wunsch nach Legitimation der Schulmathematik zugrunde liegt und damit die Perspektive der Handelnden nicht richtig erfasst wird. Dies soll durch den zweiten Ansatz, durch so genannte ethnographische Studien, erreicht werden, die versuchen, das Verständnis und die Auffassungen der Handelnden zu ermitteln (zum ethnographischen Ansatz vgl. allgemein Flick, 2004, und speziell für die Mathematikdidaktik: Beck/Jungwirth 1999). Es soll erforscht werden, wie am Arbeitsplatz mathematikhaltige Konzepte und Prozeduren konstruiert werden, wobei nicht nur nach offensichtlicher Schulmathematik Ausschau gehalten wird, sondern auch nach verborgener („hidden“) oder eingebetteter Mathematik oder auch nach mathematisierbaren Aktivitäten (Noss, Hoyles 2000).

Hat man nicht einen konkreten Arbeitsplatz vor Augen, sondern einen gewissen Sektor, so ist zunächst zu klären, welche Arten von Tätigkeiten und Berufsbildern in dem Sektor auftreten. Anderenfalls kommt man durch Einzelbeobachtungen schnell zu unzulässigen Verallgemeinerungen. Kent und Noss (2002a,b) haben sich durch Interviews mit Managern und Beschäftigten in einer größeren Baufirma zunächst einen Überblick verschafft und dann kategorisiert (siehe unten 2.4). Eine solche Einteilung ist auch wichtig, wenn man später die Schnittstellen zwischen Rollenträgern und das dort auftauchende mathematische Verständnis untersuchen will.

Will man die Mathematik in konkreten Arbeitsbereichen oder in der Interaktion zwischen Arbeitsbereichen erfassen, so stehen folgende Methoden zur Verfügung:

- Teilnehmende Beobachtung: Zevenbergen (2000) unterscheidet hier zwischen einer strengen Variante („hard-core“), die längerfristige Teilnahme an der Arbeit beinhaltet, und einer abgeschwächten Variante („soft-core“), bei der man sich auf mehrere kürzere teilnehmende Beobachtungen beschränkt. Aus arbeitsökonomischen Gründen hält sie die abgeschwächte Variante für eher realistisch und durchführbar. Die Beobachtungen werden entweder elektronisch aufgezeichnet oder es erfolgen schriftliche Aufzeichnungen durch den Beobachtenden.
- Interviews: Durch Interviews mit den Handelnden kann deren Verständnis näher erkundet werden. Dabei können vorherige Beobachtungen dazu dienen, gezielt nachzufragen und damit gewonnenen Eindrücke und Hypothesen zu überprüfen (vgl. generell zum Einsatz des Interviews in der mathematikdidaktischen Forschung: Beck/Maier, 1993).
- Untersuchung von Tools/Artefakten: In allen Studien wird festgestellt, dass die Arbeit, insbesondere der Umgang mit Mathematik, durch Tools mediatisiert wird (Abreu 2002). Tools sind hier nicht nur im engeren Sinne als Hardware oder Programme zu verstehen, sondern auch als konventionalisierte Prozeduren (etwa auch Richtlinien), die schlicht vollzogen werden. Hier ist zu untersuchen, welches mathematische Verständnis erforderlich ist, um mit solchen Tools sinnvoll umzugehen, wobei neben Standardsituationen auch Problemsituationen ins Auge zu fassen sind (siehe unten: Sondersituationen). Da ein immer weitergehendes Verbergen von Mathematik in Tools zu konstatieren ist, sieht Sträßer (2000) in der Untersuchung solcher Tools einen wesentlichen Beitrag zur Thematik.
- Lernexperimente: Durch direkte Lernexperimente mit Handelnden können ebenfalls Hypothesen insbesondere zur Übertragbarkeit von Wissen und zur Wirksamkeit gewisser Lernmethoden für die Arbeitsplatzmathematik untersucht werden. Noss und Hoyles haben z.B. Experimente zur Konstruktion von arbeitsplatzbezogenen Modellen durchgeführt, Evans (2000) hat Lernsituationen zur Transferfähigkeit entworfen und untersucht. Sträßer (2000) betont, dass neben der passiven Beobachtung auch die aktive Schaffung von Gelegenheiten zur Offenlegung von Verständnis sinnvoll sein kann. Bromme/Rambow/Sträßer (1996) haben entsprechende Kategorisierungsexperimente mit technischen Zeichnern durchgeführt.

Aus den Beobachtungen, Interviews und Tooluntersuchungen versucht man dann, durch Interpretation Deutungskategorien und Deutungshypothesen zu entwickeln (vgl. dazu für die mathematikdidaktische Forschung: Maier/Beck, 2001; Beck/Jungwirth, 1999). Theoretische Grundlage ist dabei die so genannte „grounded theory“ von Glaser, Strauss und Corbin (vgl. Flick 2004; expliziter Bezug darauf bei Hall, 1999). Im Bereich der Mathematik am Arbeitsplatz bzw. generell des Lernens am Arbeitsplatz wurden so beispielsweise die Beschreibungskategorien der „situated abstraction“ (Noss/Hoyles/Pozzi 2000), der „disciplined perception“ (Stevens/Hall 1998) bzw. der „legitimate peripheral participation“ (Zevenbergen, 2000) entwickelt.

## 2.3 Erkenntnisse

### Ziele der Mathematiknutzung am Arbeitsplatz

Die Ziele der Mathematiknutzung am Arbeitsplatz unterscheiden sich sehr deutlich von denen der Schulmathematik oder der Wissenschaft Mathematik (Noss et al. 2000, Wake/Williams 2003, Zevenbergen 2000). Werden mathematische Konzepte und Verfahren bei der Arbeit verwendet, so zielt dies auf das Lösen konkreter Probleme ab. Die Verfahren sind auf Angemessenheit und Effektivität hin ausgelegt, es wird nicht nach allgemeineren oder verallgemeinerungsfähigen Erkenntnissen gesucht oder in zugrunde liegenden abstrakten Strukturen gedacht. Konkretes Schülerziel ist das erfolgreiche Absolvieren der Prüfungen, wozu meist in den vorgegebenen Notationen mit den gelernten Verfahren eng begrenzte Klausurprobleme zu lösen sind. Schon von der Zielperspektive her unterscheiden sich die Arbeitswelt und die Schulwelt also deutlich.

### Explizite und verborgene Mathematik

Entsprechend den oben genannten Zielen treten mathematische Modelle und Konzepte in beruflichen Ausbildungslehrbüchern zwar noch sichtbar, in der beruflichen Praxis aber meist nur implizit auf (Noss et al. 2000). Es gibt anerkannte, stark „konventionalisierte“ Lösungsprozeduren, nach denen vorgegangen wird (Hall 1999). Zwar beruhen diese Lösungsprozeduren häufig auf mathematischen Modellierungen, die aber weder explizit auftauchen noch von den Handelnden wahrgenommen werden. Ziel von vorgegebenen Routinen scheint es gerade zu sein, direkte Mathematik zu vermeiden, um in der Anwendungssituation sicher und effizient handeln zu können (Pozzi et al. 1998). Manchmal ersetzen spezielle Prozeduren, teilweise auch Näherungsrechnungen die ebenfalls mögliche Anwendung der Schulmathematik. Das Denken der Handelnden ist dementsprechend ganz von der konkreten Situation geprägt, die Routinen werden in der Regel nicht als Anwendung eines zugrunde liegenden Modells verstanden. Es erfolgt auch keine eigene Modellbildung, sondern es wird mit impliziten, vorgefertigten Modellen gearbeitet.

Auch wenn beispielsweise in Excel-Worksheets mit expliziten Formeln umgegangen wird, so sind durch die Wahl der Variablennamen sehr enge Situationsbezüge hergestellt, die andererseits auch wieder das Verständnis der Formel erleichtern (Wake/Williams 2001).

Auch bei der Beobachtung von Wissenschaftlerarbeitsplätzen durch (Roth 2004) war eine starke Kontextbezogenheit im Umgang mit den mathematischen Konzepten (hier: Graphen) festzustellen.

Insgesamt lässt sich feststellen, dass das Wissen der Handelnden stark situationsgebunden und in der konkreten Anwendung verankert ist („situated cognition“) und nicht als Beispiel oder Anwendung allgemeinerer mathematischer Methoden gesehen wird. Das heißt aber nicht, dass man nicht etwa die zugrunde liegenden Modelle durch „Mathematisierung“ (Noss) erfassen und damit für die Beteiligten zu einem tieferen Verständnis der Situation kommen könnte. Dann würden die Modelle immer noch nicht von der Situation getrennt, können aber zur Problemlösung auch in ähnlichen Situationen genutzt werden. Noss und Hoyles haben hierfür den Begriff der „situated abstraction“ eingeführt. Bromme/Rambow/Sträßer (1996), die technische Zeichner untersucht haben, sprechen von einer „problemorientierten Konzeptintegration“.

### Sondersituationen/“Breakdowns“

Häufiger wurden bei den Beobachtungen der Arbeitsplätze Situationen gesehen, in denen die normalen Routinen, die Standardprozeduren, in Frage gestellt werden, weil ein Sonderfall

oder ein Problem auftritt, der durch die Routinen nicht unmittelbar abgedeckt wird. Dies führt zum Versuch, zugrunde liegende Begründungen und damit auch Modellvorstellungen zu aktivieren oder zu erdenken, ohne dass dabei explizit in abstrakten Modellen gedacht würde (Noss et al. 2000, Roth 2003, Hall 1996). Hall (1999), Steevens/Hall (1998) beschreiben für Architekten bzw. Tiefbauingenieure beispielsweise das Problem, dass vorliegende Entwürfe gewisse Richtlinien (Code-of-Practice) verletzen, was zur Folge hat, dass die in den Richtlinien genannten einzuhaltenden Kennzahlen problematisiert und ihr Zustandekommen und dabei wesentliche Modellvorstellungen in Erinnerung gerufen werden. Dies wird dann argumentativ genutzt, um die Probleme zu überwinden.

### Transfer

Die Arbeiten zur Mathematik am Arbeitsplatz stellen ein einfaches Transfer-Modell in Frage, das davon ausgeht, dass allgemeine mathematische Konzepte gelernt werden und dann per Transferleistung in einer konkreten Situation wieder erkannt und zur Problemlösung angewendet werden. Vielmehr stellen Noss et al. (2000) auch in Lehrexperimenten fest, dass die genutzten Konzepte nur in der ganz konkreten Anwendungssituation zur Verfügung standen und eine Anwendung in anderen Situationen nicht erfolgreich durchgeführt werden konnte. Auch Sträßer (2000) sieht die Transferproblematik, da vorhandenes Wissen in Anwendungssituationen nicht mobilisiert werden konnte. Ein einfaches Transferkonzept wird daher bei den Arbeitsplatzforschern verworfen (vgl. auch Abreu 2002).

Evans (2000) untersucht, wie trotz der Situiertheit des Wissens dennoch eine gewisse Übertragbarkeit erreicht werden kann. Er propagiert die Behandlung mathematischer Konzepte in unterschiedlichen Kontexten, deren Ähnlichkeiten und Unterschiede explizit betrachtet werden sollen. Ein Transfer sei dann wahrscheinlicher, wenn Ähnlichkeiten zu behandelten Situationen wieder erkannt würden.

### Schnittstellen und „Boundary Objects“

In der heutigen arbeitsteiligen Welt ist ein Arbeitnehmer gemäß seiner Arbeitsplatzbeschreibung nur mit einem begrenzten Aufgabenspektrum befasst. Andere Aufgaben im Gesamtzusammenhang werden anderen Arbeitsplätzen zugewiesen oder an technologische Hilfsmittel delegiert. Dementsprechend gibt es zwei Arten von Schnittstellen, über die jeweils zur Erfüllung der Gesamtaufgabe kommuniziert werden muss: Die Schnittstelle zwischen Menschen mit unterschiedlichen Rollen und die Schnittstelle zwischen Mensch und Technologie. Letztere wird im nächsten Punkt näher betrachtet. Um trotz unterschiedlicher Aufgaben und Sichtweisen kommunizieren zu können, muss es Schnittstellenobjekte („boundary objects“) geben, über die ein gemeinsames Verständnis besteht. In diesen Schnittstellenobjekten werden Konzepte explizit. Kent, Hoyles, Noss, Guile (2004) haben z.B. bei der Kommunikation zwischen Managern und Vorarbeitern Charts entdeckt, die die Grundlage der gemeinsamen Kommunikation über Produktionsvorgänge bildeten. Bei Hall (1999) erfolgte die Diskussion über Kennzahlen und deren Bedeutung, die aus unterschiedlichen Perspektiven verschieden gesehen wurde.

In Rahmen der vorliegenden Untersuchung ist diejenige Kommunikation zwischen Funktionsträgern besonders interessant, bei der zugrunde liegende mathematische Modelle eine Rolle spielen. Dies ist etwa der Fall, wenn ein Handelnder Berechnungen nicht selbst durchführt, sondern diese Aufgabe an Spezialisten delegiert ist, der Handelnde aber mit den Resultaten arbeiten muss. Hier stellt sich dann die Frage, wie viel der Delegierende von der Berechnungsarbeit des Spezialisten verstehen muss, damit eine sinnvolle und erfolgreiche Zusammenarbeit möglich ist. Die Ergebnisse von Kent und Noss in dieser Frage werden für Bauingenieure im nächsten Abschnitt noch näher behandelt.

## Rolle von Tools und Artefakten

Die Rolle von technologischen Tools und anderen Artefakten (manche Autoren betrachten in diesem Zusammenhang auch festgelegte Routinen) hat in den letzten Jahrzehnten sehr stark an Bedeutung zugenommen. In ihnen sind mathematische Modelle, Verfahren und Konzepte verborgen, sodass der Anteil an sichtbarer Mathematik immer mehr abgenommen hat (Sträßer 2000). Die Tools und Artefakte mediatisieren also die zugrunde liegende Mathematik. Dabei stellt sich die Frage, welches Verständnis und welche Fähigkeiten notwendig sind, um mit diesen Tools in sinnvoller Weise umzugehen. In der wissenschaftlichen Diskussion werden neben den reinen Tools auch Nutzungsschemata in Betracht gezogen, wobei dann von Instrumenten statt von Tools oder von der Instrumentierung von Tools gesprochen wird. Das Leistungsvermögen eines Menschen ist dann ganz wesentlich durch den verfügbaren „Toolkit“ geprägt (Abreu 2002).

Sträßer (2000) betont, dass eine Untersuchung des notwendigen mathematischen Verständnisses am Arbeitsplatz im Wesentlichen die genutzten Tools und Artefakte in Betracht ziehen muss.

Noss und Hoyles (2004) dokumentieren die Wichtigkeit, die sie den Tools beimessen, indem sie als zentrale Kategorie die techno-mathematische Literalität betrachten. Sie haben aber auch eine zweite Rolle von Technologie identifiziert, nämlich die technologiegestützte Nutzung bei der Konstruktion von und dem Experimentieren mit Modellen, um damit ein besseres situatives Modellverständnis zu erlangen.

## Implikationen für die Mathematikausbildung

Einige Autoren haben aus ihren Untersuchungen Konsequenzen für die Ziele der schulischen Mathematikausbildung gezogen. Pozzi et al. (1998) empfehlen ein Miterfassen von Situationen statt einer Betrachtung dekontextualisierter Mathematik. Es sollten die mathematisierbaren Ressourcen einer Arbeitskultur identifiziert und die numerisch-räumlichen Beziehungen in der Praxissituation sichtbar gemacht werden. Sie setzen technologische Tools ein, mit denen die Mathematisierung durch Konstruktion eigener Situationsmodelle gefördert werden soll.

Auch Wake und Williams (2003) raten zumindest in der beruflichen Ausbildung zum Einbeziehen von Kontexten. Flexibilität im Umgang mit Konzepten soll durch ihre Behandlung in einer Vielzahl von Kontexten erreicht werden. Modellierungs- und Problemlösestrategien sind zu erwerben. Auch soll die Aktivität anderer untersucht werden, da man sich am Arbeitsplatz häufig mit Modellen beschäftigen muss, die von anderen erstellt worden sind. Wake und Williams beschreiben in diesem Zusammenhang eine Reihe von mathematischen Kompetenzen, die die Schüler im Rahmen der beruflichen Bildung erwerben sollten.

Sträßer (2000) sieht allgemeiner die Aufgabe, Mathematik auch als Weg zur Kontextüberschreitung zu sehen. Der „mündige Bürger“ sollte über eine solche Erfahrung verfügen.

## **2.4 Erkenntnisse zur Ingenieursarbeit von Kent und Noss**

Kent und Noss (2002a,b) haben sich intensiv mit der mathematischen Expertise von Bauingenieuren beschäftigt. Dazu führten sie zunächst eine Dokumentenanalyse durch, die Literatur zur Ingenieurmathematik und zur konstruktiven Ingenieurstätigkeit sowie eine Betrachtung der genutzten Software umfasste. Hinzu kamen Interviews mit Managern und Ingenieuren mit dem Ziel, einen Überblick über die anfallenden Tätigkeiten zu bekommen. Sodann erfolgte eine Fokussierung auf die konstruktiven Bauingenieure („structural

engineers“), da diese zum einen zentrale Mitglieder der Designteams waren und zum anderen am weitestgehenden Mathematik nutzten. Über deren Tätigkeiten wurden in folgender Weise Daten gesammelt:

- In Interviews wurden zentrale Konzepte und die Einbettung von Mathematik in diese Konzepte erforscht. Dazu brachten die befragten Ingenieure Arbeitsdokumente mit und demonstrierten manchmal auch Software. Die Interviews wurden aufgezeichnet und transkribiert.
- Aufzeichnungen zu Projekt-Meetings
- Dokumente und Files
- E-Mail-Sequenzen, die sich bei der Kooperation von Ingenieuren ergaben

Die Erkenntnisse aus der Analyse des Datenmaterials fassen wir im folgenden zusammen. Die Arbeit der konstruktiven Ingenieure lässt sich grob in drei Bereiche einteilen: Design, Analyse und Überprüfung („Review“), wobei die wesentliche personelle Trennung zwischen Design und Analyse besteht. Der Karriereweg eines Bauingenieurs gestaltet sich üblicherweise so, dass die Neueinsteiger abgegrenzte Analyseaufgaben übernehmen, während die erfahrenen Kollegen für das Design zuständig sind, das eine Vielzahl von Erfahrungsregeln und einen weiteren Blick über die mit dem Bau zusammenhängenden Fragen erfordert, den Jungingenieure noch nicht besitzen. Mathematische Modelle tauchen im Design nicht mehr explizit auf, sodass Kent und Noss den Trend der Mathematiknutzung als weniger explizit und selbst ausgeführt, sondern stillschweigender („tacit“) und von anderen ausgeführt beschreiben. Mathematik wird nicht mehr bewusst wahrgenommen, weswegen man auf Nachfragen auf ein Negieren der Mathematiknutzung überhaupt trifft; die Mathematik ist eingebettet in praktische Konzepte, so wie dies auch schon in anderen, im vorhergehenden Abschnitt behandelten Berufen der Fall ist. Wie bereits gesagt, sehen Bromme, Rambow, Sträßer (1996) dies in ähnlicher Weise und sprechen von problemorientierter Konzeptintegration.

Eine wesentliche Frage von Kent und Noss betrifft den Charakter der oben identifizierten Einbettung der Mathematik. Sie beschreiben ein Spektrum der Mathematiknutzung und des mathematischen Denkens von einer abstrakt-qualitativen Seite hin zu einer detailliert-quantitativen Seite. Das qualitative Denken beruht auf Erfahrung und Intuition („structural feel“) in Bezug auf Konstruktionen; mit Überschlagsrechnungen für stark vereinfachte Modelle kann man grobe Abschätzungen oder Überprüfungen vornehmen und mit feineren Modellen und Tools kann man sehr genaue Berechnungen und Überprüfungen durchführen. Als Beispiel für die Intuition nennen Kent und Noss das Kraftflußdenken, bei dem eingeleitete Kräfte durch die Struktur laufen und schließlich wieder abgeleitet werden müssen. Dabei muss die Summe der eingehenden und der Auflagerkräfte gleich Null sein. Im qualitativen Denken dominieren die Anwendungsbegriffe, die rein mathematische Bedeutung tritt in den Hintergrund. Kent und Noss fragen, woher trotzdem das Verständnis für die nicht selbst durchgeführten Berechnungen stammt und stellen – basierend auf Interviewäußerungen – die Hypothese auf, dass das frühere Durchrechnen konkreter Beispiele zur Herausbildung des Gefühls für das Verhalten einer Struktur geführt hat. Insofern hätte die frühere mathematischere Berechnungstätigkeit für das spätere, eher qualitative Denken dennoch eine wichtige Bedeutung.

Als Beispiel für die Situiertheit des mathematischen Verständnisses benennen Kent und Noss die Geometrie, der sie generell eine wichtige Rolle in der Ingenieur Tätigkeit beimessen (vgl. dazu auch generell Velichova, 2002). Geometrische Objekte werden nicht für sich isoliert betrachtet, sondern immer in einem Anwendungszusammenhang. Dies haben Bromme, Rambow, Sträßer (1996) auch schon bei technischen Zeichnern festgestellt.

Die Arbeitsteilung bewirkt, dass für den „normalen“ konstruktiven Bauingenieur wesentliche Mathematik ausgelagert ist:



- In Software (Konstruktions- und Berechnungssoftware)
- In Richtlinien (Konstruktionsregel, vielfach „Wenn-Dann-Regeln“ ohne explizite Mathematik)
- In Analyseexperten, von denen es in einer Firma nur wenige gibt, wenn man sich nicht gleich externer Berater bedient.

Zu diesen Komponenten bzw. Personen bestehen Schnittstellen und eine wesentliche Frage lautet, welches Wissen man benötigt, um an solch einer Schnittstelle sinnvoll zu kommunizieren. Das Wissen um die genauen internen Vorgänge hinter einer Schnittstelle sind für das Verständnis der an derselben erhältlichen Resultate sicherlich nicht erforderlich. Andererseits kann die Komponente hinter der Schnittstelle aber auch keine vollständige Black-Box sein, wenn der Ingenieur für die Verwendung der Resultate verantwortlich ist. Auf jeden Fall ist es erforderlich, dass an einer Schnittstelle (sei es zu einem Programm oder zu einem Experten) ein sinnvoller Input geliefert werden kann. Dazu muss man wissen, was denn überhaupt an Leistung an der Schnittstelle zu erwarten ist. Ferner sollte man in der Lage sein, die Sinnhaftigkeit des Outputs grob überprüfen zu können. Kent und Noss vergleichen dies mit der Rolle von Objektschnittstellen in der objekt-orientierten Programmierung. Was dies konkret bedeutet und welche mathematische Expertise dafür benötigt wird, muss jeweils für eine konkrete Programmklasse oder für eine konkrete menschliche Schnittstelle geklärt werden. Verständnis kann sich auch während der Nutzung ergeben („understanding through use“), wie man ja auch mit Programmen umgeht und aus Inputvariationen und Outputbetrachtungen auf die Wirkweise schließt, ohne den genauen Hintergrund zu kennen.

Kent und Noss weisen auch auf einige Implikationen für die Mathematikausbildung hin:

- Die Balance zwischen analytischen Fähigkeiten („analytical skills“) und einer eher qualitativen Einschätzung mathematischer Modelle („‘qualitative’ appreciation of mathematical models“) sollte sich zugunsten letzterer verschieben.
- Das Wissen über die Abbildung von wesentlichen Modell-Eigenschaften in Tools ist zur sinnvollen Verwendung wesentlich, d.h. das Modell im Tool sollte auch gesehen werden.

### **3. Untersuchungsrahmen und -methode**

Die vorliegende Untersuchung hat als Gegenstand den mathematischen Gehalt der praktischen Arbeit von Maschinenbauingenieuren. Nun gibt es „den“ typischen Maschinenbauingenieur sicherlich nicht. Es ist vielmehr wie bei Kent und Noss zu ergründen, welche Beschäftigungsprofile man bei den Maschinenbauern findet. Die Befragung eines Anwendungskollegen hat ergeben, dass man bei Absolventen des allgemeinen Maschinenbaus im Wesentlichen die Arbeitsbereiche Konstruktion und Entwicklung, Berechnung, Versuch und Vertrieb findet. Diese Aufteilung wurde von anderen Kollegen bestätigt. Neben dem allgemeinen Maschinenbau gibt es natürlich auch noch Spezialbereiche wie Fertigungstechnik, Kunststofftechnik, Oberflächentechnik oder Werkstoffkunde („material science“) auf die hier nicht weiter eingegangen wird.

Es ist schon aus der Bezeichnung ersichtlich, dass der Bereich Berechnung den höchsten und explizitesten Mathematikgehalt aufweist. Dieser Arbeitsbereich wird in der Regel von Universitätsabsolventen ausgefüllt, während die Fachhochschulabsolventen meist im Bereich Konstruktion und Entwicklung beschäftigt sind. Daher soll es in der Untersuchung darum gehen, für diesen Arbeitsbereich ein besseres Verständnis des Mathematikgehalts zu bekommen.

Die Bereiche Berechnung und Versuch sind aber insofern ebenfalls interessant, als es eine Schnittstelle zwischen den Bereichen gibt, an der die Beteiligten sinnvoll kooperieren müssen.

Diese Schnittstelle ist ebenfalls zu untersuchen, wie die im vorhergehenden Kapitel aufgeführten Forschungsarbeiten zeigen.

Nach den Ausführungen zur Methodik im vorhergehenden Kapitel wäre es sicherlich nahe liegend, in der Industrie tätige Maschinenbauingenieure bei ihren typischen Arbeiten zu beobachten und den Mathematikgehalt näher zu ergründen. Dies weist aber folgende Probleme auf:

- Zeitliche Beanspruchung der Ingenieure: Als Nicht-Fachmann reicht es sicherlich nicht aus, Ingenieure im Wesentlichen nur zu beobachten. Sie müssen auch häufig befragt werden, damit man als Außenstehender den Sinn erfassen kann. Dies ist aber zeitraubend für die Ingenieure, die zudem häufig unter erheblichem Zeitdruck arbeiten. Daher dürfte es schwierig sein, Firmen und dort arbeitende Ingenieure zu finden, die bereits sind, solch ein Zeitopfer zu bringen.
- Erfassbarkeit durch Nicht-Ingenieur: Generell ist die praktische Ingenieurarbeit von vielen Randbedingungen betroffen, häufig durch die Nutzung komplexer Tools wie CAD- oder FEM-Systeme geprägt, sodass es für den Nicht-Ingenieur generell sehr schwierig und zeitaufwändig sein dürfte, den Arbeitsinhalt zügig zu erfassen. Gerade wenn es darum geht, nicht nur offensichtliche, explizit auftauchende Mathematik wahrzunehmen, sondern den mathematische Gehalt oder die Mathematisierbarkeit von Anwendungsprozessen und Toolnutzungen zu erkennen, ist dies sicherlich nur durch intensive Befassung mit der Materie selbst und viele Nachfragen zu erreichen.
- Firmengeheimnisse: Ein anderes Hindernis stellt das Problem dar, dass der Beobachter sehr tief in die Prozesse am Arbeitsplatz eindringt und damit vertrauliche Informationen sowohl über die Firma als auch über die Arbeitsweise des betrachteten Mitarbeiters bekommt.
- Repräsentativität des Arbeitsplatzes: Schließlich stellt sich bei der Betrachtung das Problem der Repräsentativität. Die oben dargelegte Intensität der Beobachtung und Befragung lässt sich zeitlich – je nach zur Verfügung stehenden Ressourcen – nur für einen oder wenige Arbeitsplätze durchführen, wobei natürlich auch immer die persönliche Arbeitsweise eines Mitarbeiters betrachtet wird, die bei einem anderen Mitarbeiter an einem ähnlichen Arbeitsplatz auch unterschiedlich sein könnte.

Deshalb wurde ein alternativer Weg beschritten, der einige Vorteile bezüglich Beobachtung und Befragung aufweist, aber auch gewissen Beschränkungen und Risiken bezüglich der Aussagekraft unterliegt. Es wurden zwei Studenten des Studiengangs „Allgemeiner Maschinenbau“ im achten und letzten Semester ausgewählt, um eine konstruktive Arbeit zu erledigen, wie sie auch in ähnlicher Weise in der Praxis auftauchen könnte. Die Studenten haben eine intensive Ausbildung im Bereich CAD und Konstruktion absolviert (3., 5., 6. Semester) und bereits im zweiten Praxissemester (=7. Semester) in Firmen an konkreten Projekten mitgearbeitet. Sie sind daher Berufsanfängern im Wissenstand sehr ähnlich, aber sicherlich nicht mit berufserfahrenen Ingenieuren zu vergleichen. Auch im achten Semester gibt es natürlich bezüglich Fähigkeitsschwerpunkten und Mentalitäten sehr unterschiedliche Studenten. Um hier nicht nur einen Typus zu erfassen, wurden zwei Studenten mit unterschiedlichen Charakteristika ausgewählt, im Folgenden idealtypisch als der „Praktiker“ und der „Theoretiker“ bezeichnet. Der Praktiker hat zwar in den eher theoretischen Fächern, insbesondere in der konventionellen Mathematik, nicht gut, sondern befriedigend bis ausreichend bestanden, ist sonst aber ein engagierter Student, der auf praktisch anwendbare Dinge hin orientiert ist. Er arbeitet im elterlichen Betrieb mit, in dem Blechbearbeitungs- und Schlossereiarbeiten durchgeführt werden. Der Theoretiker hat das Gymnasium absolviert und in den theoretischen Fächern gute bis sehr gute Noten erzielt. Es soll untersucht werden, ob die Herangehens- und Denkweise gerade bezüglich des mathematischen Gehalts Unterschiede aufweist. Die Studenten haben sich bereit erklärt, die Projektaufgabe zu bearbeiten. Die Zeitvorgabe (und damit auch die Bezahlung) beschränkte sich auf 100 Arbeitsstunden.

Die Aufgabe selbst betrifft die Konstruktion einer Halterung für eine ABS-Box in einem Automobil (der genaue Auftrag, wie ihn auch die Studenten erhalten haben, ist im Anhang 1 abgedruckt). Sie wurde von einem Maschinenbaukollegen erdacht, der bis 2004 bei einem großen Automobilhersteller tätig war. Die Absprache beinhaltete dabei, dass es sich um eine realistische Konstruktionsaufgabe (keine Aufgabe für eine spezielle Berechnungsabteilung) handeln sollte, wie sie am Arbeitsplatz eines FH-Absolventen auftauchen könnte. Wie üblich sind gewisse Randbedingungen hinsichtlich Steifigkeit und dynamischem Verhalten zu berücksichtigen, zudem spielt im Automobilbau auch das Gewicht eine Rolle. Industrieübliche Tools, mit denen in der Ausbildung bereits gearbeitet wurde, können verwendet werden. Für CAD sind dies die Systeme Solid Edge© und Pro/ENGINEER©, für die Berechnung Pro/MECHANICA© oder ANSYS©. Natürlich können auch Mathematikprogramme wie MathCAD© oder Maple© oder Taschenrechner benutzt werden.

Aus Aufwandsgründen und da man sowieso keine normale Arbeitsumgebung hat, werden die Studenten nicht direkt bei der Arbeit beobachtet. Es ist vielmehr Teil des Arbeitsauftrags (siehe Anhang 2 für die schriftliche Anweisung), über die Gedanken, Entscheidungen, genutzten Hilfsmittel und Gespräche mit dem betreuenden Anwendungskollegen „Tagebuch“ zu führen. Der Anwendungskollege spielt sozusagen die Rolle des älteren beratenden Kollegen oder Gruppenleiters. Mit ihm werden Probleme abgeklärt und Entscheidungen diskutiert. Am Ende der Arbeit werden die Unterlagen („Tagebuch“-Notizen, Angaben über genutzte Ressourcen, Überschlagsrechnungen, Dateien der genutzten Programme) an den Verfasser gegeben, damit sich dieser zunächst einmal einen Überblick und ein Grundverständnis verschaffen kann. Auf dieser Basis werden dann einzelne mit einer Screen-Recording-Software aufgezeichnete Interviews mit den Studenten und dem Anwendungskollegen geführt. In diesen Interviews sollen die Studenten ihr Vorgehen erklären und direkt am Rechner die Toolnutzung noch einmal nachvollziehen. Der Verfasser fragt dabei nach Begründungen für die Entscheidungen oder nach Alternativen und versucht insbesondere die Toolnutzung und das dafür notwendige Verständnis zu erfassen. Hier bei kann uneingeschränkt nachgefragt werden und die Studenten stehen auch in den Folgemonaten (während der Diplomarbeit) noch für Nachfragen zur Verfügung. Punkte und Fragen, die die oben genannten Erkenntnisse der bisherigen Forschung betreffen und auf die daher besonderes Augenmerk gelegt wird, werden weiter unten aufgelistet.

Beim Interview mit dem Anwendungskollegen wird geklärt, ob das Vorgehen und die Entscheidungen der Studenten auch im Berufsalltag so wieder zu finden wären oder welche Abweichungen im realen Berufsleben zu erwarten wären. Auch ist zu klären, welches weitere Vorgehen man in der Industrie im Hinblick etwa auf Verbesserungen (meist Optimierung genannt) üblich wäre. Hier spielt auch eine Rolle, ob der Konstrukteur diese selbst durchführen oder ob er gewisse Dinge an eine Berechnungsabteilung weiterleiten würde. Im letzteren Fall ginge es um die Frage, welches gemeinsame Verständnis an der Schnittstelle für eine sinnvolle Kooperation erforderlich wäre. Nach Aussage des Anwendungskollegen gibt es teilweise auch Richtlinien für die Aufgabenverteilung zwischen Konstruktions- und Berechnungsabteilung in Bezug auf die Durchführung von Berechnungen.

Folgende Untersuchungsfragen liegen den Interviews zugrunde:

- Welche sichtbaren mathematischen Konzepte und Verfahren werden genutzt und welche Fähigkeiten benötigt man dabei? Unterscheidet sich die Nutzung von der Behandlung in der Mathematikausbildung?
- Wie ist das Zusammenspiel von Intuition, Überschlagsrechnung und präziserer Modellierung, d.h. wo können Vorgehensschritte im von Kent und Noss benannten Spektrum vom qualitativen bis zum quantitativen Denken verortet werden?
- Gibt es verborgene, in Anwendungssituationen eingebettete Mathematik? Welches mathematische Verständnis ist notwendig, um mit den Anwendungssituationen sinnvoll umzugehen? Würde eine bewusste Mathematisierung generell auch im

normalen Umgang zur Effektivitäts- und Effizienzsteigerung führen, etwa durch Reduktion des Herumprobierens?

- Gibt es Richtlinien oder Konstruktionsregeln, die anstelle einer eigenen Berechnung schlicht angewendet werden?
- Kommen tiefere Reflektionen und mathematisches Modellieren zum Einsatz, wenn Problemsituationen („Breakdown“) auftreten, etwa wenn Anforderungen nicht erfüllt sind, Richtlinien nicht einfach anwendbar sind, weitere Optimierung erforderlich ist oder ein Programm in der bisherigen Nutzungsart nicht das erforderliche durchführt? Gab es Probleme bei der Durchführung der Aufgabe, die auf fehlendes oder fehlerhaftes mathematisches Verständnis zurückzuführen sind? Welche Probleme resultieren aus der Unfähigkeit, eigentlich bekannte mathematische Modelle zu entdecken und vorhandenes mathematisches Wissen anzuwenden?
- Welche kognitiven Modelle sind zur sinnvollen Nutzung der Programme erforderlich? Welche Objekte sind an der Benutzerschnittstelle sichtbar („boundary objects“) und welche mathematische Kompetenz ist für die Nutzung erforderlich oder zumindest hilfreich?
- Welche Rolle spielt mathematisches Verständnis bei der Interpretation des Programm-Outputs und der Überprüfung der Sinnhaftigkeit?
- Welche Rolle spielt das zielorientierte Experimentieren mit Software bei der Lösung von Problemen und beim Erwerb eines Verständnisses für den Einfluß von Modellparametern („understanding through use“ bei Kent und Noss)?
- Welches Wissen und welche Fähigkeiten sind vor und neben der Programmnutzung erforderlich (Materialkenntnisse, Normteile, Produktionsprozess, Kosten, ...)?
- Gibt es generelle mathematische Kompetenzen im Sinne von Wake und Williams (1999) oder Grundvorstellungen und Grundverständnisse im Sinne von Bender (1991) und vom Hofe (1995), die notwendig oder hilfreich bei der Nutzung der Programme sind?
- Welche weiteren Berechnungsaufgaben würden an eine spezielle Berechnungsabteilung übergeben und wie sieht die Kommunikationsschnittstelle zu einer solchen Abteilung aus („boundary objects“)?

Es ist unmittelbar klar, dass der hier verfolgte Ansatz im Gegensatz zur teilnehmenden Beobachtung an realen Arbeitsplätzen prinzipiellen Beschränkungen und Risiken unterliegt. Diese werden im Folgenden benannt, wobei auch darauf eingegangen wird, durch welche Maßnahmen man die Risiken möglicherweise verringern kann:

- Unrealistische Rahmenbedingungen: Hier handelt es sich um eine prinzipielle Beschränkung des Ansatzes.
  - Es gibt keinen realen Kunden und keinen Zeitdruck. Wegen des Bezahlsrahmens und der Tatsache, dass die Studenten auch ihren normalen Vorlesungsbetrieb erledigen müssen, ergibt sich zwar kein beliebiges Zeitkontingent, aber die Situation unterscheidet sich sicherlich von derjenigen am Arbeitsplatz. Ferner sind die Studenten nicht in ein Team eingebunden, mit dem sie sich beratschlagen können. Dies soll im Projekt ersetzt werden durch den Anwendungskollegen, der als Mentor, Berater und Abnehmer zur Verfügung steht.
  - Ein weiteres potentiell Problem ist das Engagement der Studenten. Im akademischen Bereich ist das Engagement normalerweise nicht auf Problemlösung im praktischen Zusammenhang, sondern auf das Erreichen guter Noten gerichtet. Hier soll zum einen die Auswahl der Studenten so erfolgen, dass hohes Engagement bei der Aufgabenerfüllung wahrscheinlich ist; zum anderen geht es nicht um Benotungen.

- Die Toolumgebung ist möglicherweise nicht realistisch. Hat man aber – wie an der Fachhochschule gegeben – für die Ausbildung Varianten der industriüblichen Tools, so stellt sich dieses Problem nicht.
- Unrealistische Aufgabe: Eine wesentliche Herausforderung ist das Finden einer Aufgabe, die auch ohne die Einbettung in die industrielle Produktentwicklung realistisch und bearbeitbar ist. Hier spielt wiederum der beteiligte Anwendungskollege eine Schlüsselrolle. Nur er kann den Realitätsbezug beurteilen und den Studenten auch Hintergrundinformation bei der Bearbeitung zukommen lassen.
- Nicht-repräsentative Aufgabe: Sicherlich kann eine Aufgabe nicht repräsentativ für das gesamte Aufgabenspektrum eines in der Entwicklung und Konstruktion tätigen Ingenieurs sein. Dieses Problem lässt sich nur dadurch „eindämmen“, dass man zum einen das Projekt in der Folgezeit mit unterschiedlichen Aufgaben durchführt (etwa auch Auslegung von Maschinenelementen: Zahnräder, Schraubverbindungen). Ferner kann man die Ergebnisse in dann viel zielgerichteteren Interviews mit Ingenieuren überprüfen (siehe Kent und Noss).
- Nicht-repräsentative Bearbeiter: Bei den studentischen Bearbeitern hat man gleich zwei Repräsentativitätsprobleme: Sind die ausgewählten Studenten in ihren Fähigkeiten, Erfahrungen mit der Toolnutzung, Herangehensweise an Aufgaben usw. repräsentativ für Studenten im achten Semester und auch repräsentativ für Ingenieure am Anfang ihres Berufsleben. Man kann natürlich prinzipiell nicht erwarten, dass sich Studenten im achten Semester genauso verhalten wie erfahrene Ingenieure. Auch hier kann wiederum nur der Anwendungskollege (oder andere erfahrene Ingenieure) beurteilen, ob die Bearbeitung mit einer industriellen vergleichbar ist. Die Wiederholung des Projekts mit anderen Studenten kann wiederum Einsicht in die Repräsentativität der Herangehensweise geben.

Wie schon oben teilweise erwähnt, könnte eine Überprüfung der Erkenntnisse durch Interviews mit industriell tätigen Ingenieuren die Risiken weiter vermindern. Ein solches Interview sollte jedenfalls auf Seiten des Interviewers mit einem wesentlich besseren Vorverständnis und einer deutlich höheren Fragekompetenz erfolgen als ohne eine Studie wie die vorliegende.

#### 4. Untersuchungsdurchführung und -ergebnisse

Die Aufgabenstellung wurde den Studenten zu Beginn des SS 2005 (Mitte März) zur Verfügung gestellt. Es wurde eigentlich vom Anwendungskollegen erwartet, dass sich die Studenten häufiger (etwa alle zwei Wochen) zur Absprache und genaueren Festlegung der noch vage gegebenen Anforderungen einfinden würden, was aber nicht der Fall war. Vielmehr hatten die Studenten während des Semesters doch recht wenig Zeit und haben die Aufgaben konzentrierter nach den Klausuren (ab Mitte Juli) erledigt. Sie haben im Wesentlichen selbstständig bei nur geringer Rückmeldung beim Anwendungskollegen gearbeitet und sich dabei die offenen Punkte selbst zurechtgelegt.

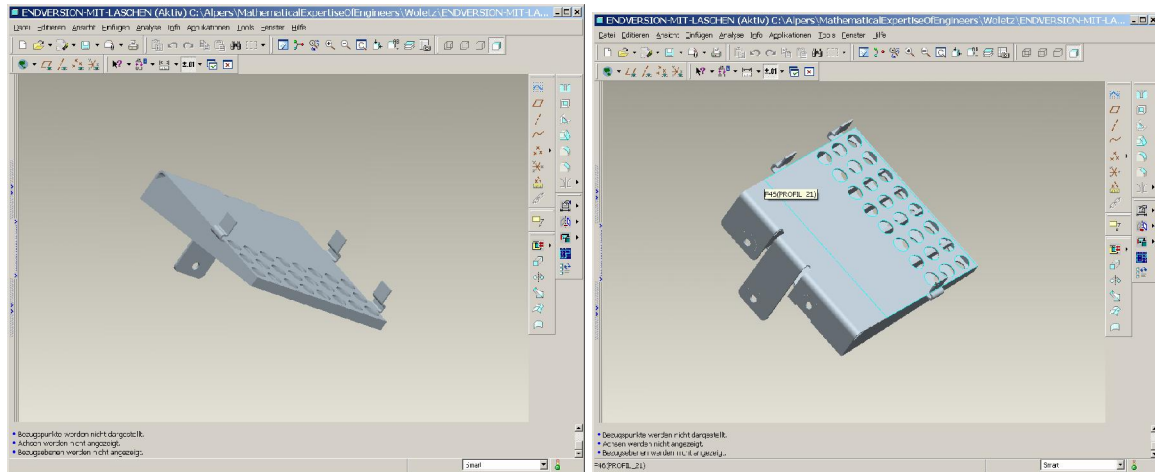
Die Befragung der Studenten hat ein genaueres Bild über deren Vorkenntnisse und Interessen ergeben. Student A (der „Theoretiker“) hat ein allgemeinbildendes Gymnasium besucht. Er hat die Konstruktion im 1. Praxissemester (=4. Studiensemester) bei der Fa. Zeiss näher kennengelernt. Da die CAD-Ausbildung im 3. Semester erfolgt (mit dem Programm Pro/Engineer), konnte er dort seine CAD-Kenntnisse anwenden. Da sein Vater ebenfalls in der Konstruktion arbeitet, hat er auch privat einen Ansprechpartner. Im 5. und 6. Semester hat er in der Konstruktionslehre weiter mit Pro/Engineer gearbeitet; die Berechnungen wurden aber von Hand durchgeführt. Im 2. Praxissemester (=7. Studiensemester) hat er bei

DaimlerChrysler in der Motorenentwicklung gearbeitet. Er war dort nicht konstruktiv tätig, hat sich aber mit Messauswerteprogrammen und der Darstellung der Ergebnisse in Excel befasst. Damit hat er allgemein schon eine erhebliche Erfahrung in der Programmnutzung gewonnen. Im 8. Semester war er nicht mit Konstruktionen beschäftigt, da er den Schwerpunkt Fahrzeugtechnik gewählt hat. Er hat keine konstruktiven Erfahrungen mit dem Automobilbau und hat auch nicht bereits eine ähnliche Konstruktionsaufgabe erledigt. Nach seinen Angaben war die offene Mathematiknutzung bei der Bearbeitung der Aufgabe gering; allgemeinen Nutzen hat er bei der systematischen Vorgehensweise gesehen: Erkennen der Aufgabenstellung und der zur Verfügung stehenden Möglichkeiten, systematisches Nutzen der Möglichkeiten zur Erfüllung der Aufgabe.

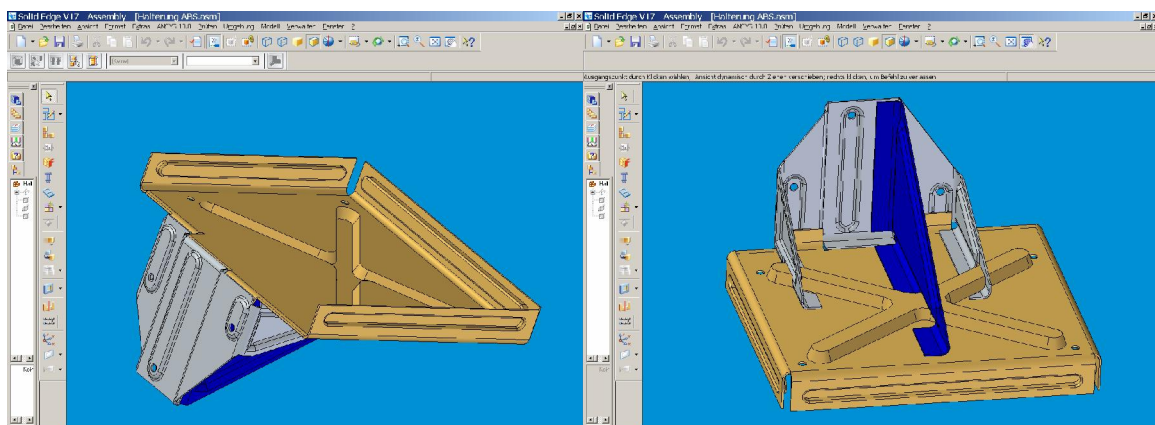
Student B (der „Praktiker“) hat zwar ebenfalls das allgemeinbildende Gymnasium besucht, ist aber eher praktisch orientiert. Er arbeitet häufig im elterlichen Betrieb (Schlosserei und Blechteilfertigung) mit und hat daher eine gute Anschauung bezüglich gewisser Werkstücke. Das 1. Studiensemester hat er im elterlichen Betrieb absolviert, das 2. bei SHW im Sondermaschinenbau. Dort hat er auch mit dem CAD-Programm SolidWorks konstruiert. Im 5. und 6. Semester benutzte er für die Konstruktion das CAD-Programm SolidEdge, das ihm überschaubarer und leichter nutzbar erscheint. Da er ebenfalls den Schwerpunkt Fahrzeugtechnik gewählt hat, erfolgte im 8. Semester keine Konstruktion. Bezüglich der FEM hat er dieselbe Ausbildung wie Student A. Er hat kein „Gefühl“ (keine Erfahrungswerte) für die sich ergebenden Werte bei der Berechnung. An offensichtlicher Mathematiknutzung hat er ebenfalls nicht viel gesehen. Diese beschränkte sich auf Überschlagsrechnung zur Schraubenermittlung. Er sieht auch wenig Nutzung der Mathematikausbildung für Konstrukteure, eher für Berechner.

Die Vorgehensweise beider Studenten war ähnlich. Es wurde zunächst versucht, die Halterung aus einem gebogenen Blech zu erstellen, um zu einer möglichst leichten und einfach fertigmachen Lösung zu kommen. Dabei wird ein grober Anfangsentwurf gemacht und dieser variiert, wobei aber die Anforderungen bezüglich der ersten Eigenfrequenz nicht erreicht wurden. Die beiden Alternativversuche, die schließlich zur Erfüllung der Anforderungen führten, sind unten im Bild dokumentiert. Im zweiten Versuch hat Student B mit drei Blechen gearbeitet, die mit diversen Sicken versehen sind. Dies scheint der praktischen Anschauung angelehnt zu sein, über die Student B aus dem elterlichen Betrieb verfügt. Die Lösung ist fertigungstechnisch etwas komplizierter, da die über die Sicken geführten Bleche noch ausgeschnitten werden müssen. Beim Sondermaschinenbau, aus dem die Erfahrungen von Student B stammen, spielt dies wegen geringer Stückzahl keine Rolle. Bei der Serienfertigung wäre so etwas hinderlich. Student A hat sich eher an klaren geometrischen Formen orientiert und ein gebogenes Blech mit Rippen versehen. Er kommt zu einer schwereren Lösung, die aber noch durch Wegnahme von Material leichter gemacht werden könnte. Beide wenden Regeln bei der Variation an und verwenden den Output des Berechnungsprogramms zur Veränderung ihres Entwurfs. Student A hat sich bei seiner Software-Variante (Pro/Engineer und ANSYS) mit dem Variieren leichter getan als Student B, der den Umweg über IGES gegangen ist. Bei beiden werden kaum Überschlagsrechnungen verwendet. Nur Student B berechnet die Schraubenverbindungen, um ein Halten zu gewährleisten. Bei den Berechnungen mit ANSYS war bei beiden Studenten ein gewisses Unwohlsein und Unsicherheit ob der erzielten Ergebnisse zu vermerken. Ein überschlagsmäßiges Nachprüfen anhand eines einfachen Basismodells ist nach Auskunft des Anwendungskollegen aber auch nicht möglich.

Da die Gewichtsanforderung nicht klar spezifiziert ist, sind noch einige Materialwegnahmen möglich, auf die aber aus Zeitgründen verzichtet wurde.



Lösung von Student A



Lösung von Student B

#### 4.1 Antworten auf die Untersuchungsfragen

Im Folgenden greifen wir die Untersuchungsfragen aus Kapitel 3 wieder auf und vermerken, welche Erkenntnisse sich aus der Untersuchung der studentischen Lösungen und aus den darauf folgenden Interviews ergeben haben:

- *Welche sichtbaren mathematischen Konzepte und Verfahren werden genutzt und welche Fähigkeiten benötigt man dabei? Unterscheidet sich die Nutzung von der Behandlung in der Mathematikausbildung?*

Im CAD-Programm (Pro/Engineer oder SolidEdge) werden viele geometrische Konzepte (Ebene, Quader, Zylinder, Abstand, Winkel, Parallelebenen, Ebenendrehung, Kreis/Radius, Koordinatensystem,...) verwendet. Es tauchen aber keine symbolisch-algebraischen Beschreibungen dieser Objekte mit Hilfe von Gleichungen auf. Die geometrischen Objekte werden durch geometrische Operationen erzeugt, wobei zusätzlich charakterisierende Daten einzugeben sind (wie z.B. Drehwinkel, Abstand, Radius). Es besteht gar nicht die Möglichkeit, eine Ebene etwa durch Angabe einer Ebenengleichung einzugeben (parameterfrei oder in Parameterform). Damit wird aber in der Mathematikausbildung in der analytischen Geometrie meist gearbeitet und gerechnet. Hier besteht also eine deutlich unterschiedliche Behandlung. Schnitte werden beispielsweise einfach ohne Rechnung

durchgeführt. Man muss nur zuvor die Ebene, mit der man wegschneidet, konstruieren (in der oben angegebenen Weise). Gefordert ist hier eine Art „algorithmisch-konstruktive Geometrie“, die es ermöglicht, eine geometrische Vorstellung mit den gegebenen Konstruktionsmöglichkeiten zu erzeugen. Dies lernt man auch durch Ausprobieren („understanding through use“); die Frage wäre, ob man durch gezielte Ausbildung hier höhere Effizienz erreichen könnte.

Neben der algorithmischen Geometrie spielt auch die relationale Geometrie eine wesentliche Rolle. Dabei geht es um die Festlegung einer Kontur oder einer Position durch geometrische Beziehungen (Abstände, Parallelität, Koinzidenz etc.). Hier ist es wesentlich zu erkennen, durch welche Beziehungen ein geometrisches Objekt eindeutig festgelegt ist (d.h. weder unter- noch überbestimmt). Ferner muss man auch darauf achten, dass die Festlegungen so erfolgen, dass man leicht variieren kann (welche Eigenschaften sollen beim Variieren, etwa beim Ändern eines Maßes, invariant bleiben?). Solche Betrachtungen spielen in der normalen Mathematikausbildung keine Rolle, sind aber mathematisch anspruchsvoller als das Nachvollziehen etwa von Lösungsalgorithmen wie bei der Partialbruchzerlegung.

Ein weiteres Beispiel für das „Verstehen durch Nutzung“ ist die Änderung der Körperansicht durch Drehung. Hier ist auch Experten vom CAD-Zentrum nicht klar, um welche Achse eigentlich gedreht wird. Trotzdem kann man die Drehung sinnvoll nutzen, da man am Ergebnis erkennt, ob das gewünschte geschehen ist. Mit der Zeit eignet man sich die Mausebewegung an. Nötigenfalls schiebt man den Körper wieder in den Sichtbereich.

Symbolische Mathematik taucht in parametrischen CAD-Systemen bei der Nutzung der Parametrisierung auf. Dabei wird etwa einem Maß der Parameter  $a$  zugewiesen und einem anderen Maß der Parameter  $3a$ , womit man sicherstellt, dass die zweite Länge immer dreimal so groß ist wie die erste (ausführlicher dazu Abschnitt 4.2). Nach Auskunft des Anwendungskollegen kommt dies aber nur in wenigen Spezialfällen zur Anwendung, etwa wenn ganze Baureihen zu entwickeln sind und es sich dann lohnt einen parametrisierten Grundtyp zu schaffen.

Explizite Berechnungen tauchen in den Aufzeichnungen nur an zwei Stellen auf. Bei einer (später verworfenen) Variante mit abgeschrägten Laschen hat Student A eine kleine Berechnung durchgeführt (Trigonometrie), um den Winkel, der dann als Drehwinkel einzugeben ist, zu berechnen. Hier geht es also um die Berechnung einer sinnvollen Dateneingabe für das CAD-Programm. Das könnte man aber wohl auch durch Probieren erreichen. Student B hat unter Nutzung von Formeln aus einem Tabellenbuch Überschlagsberechnungen zur Schraubenauslegung durchgeführt. Hierbei ist interessant, dass er bei der Schraubensberechnung mehrere Konfigurationen probiert, bis er zu einem akzeptablen Ergebnis kommt. Dies scheint auch eine typische Vorgehensweise zu sein: Man setzt „ungefähr“ an und variiert dann auf Basis des Ergebnisses, bis man etwas Akzeptables erreicht hat. Dies entspricht nicht dem Vorgehen in der Mathematik, in der man typischerweise eine Formelgleichung nach der unbekannteren, zu dimensionierenden Größe auflöst. Man könnte hier vielleicht etwas effizienter vorgehen, indem man doch Algebra auf die Ungleichung anwendet, alle schraubenabhängigen Größen auf eine Seite bringt und daraus eine Kenngröße für die Schraubenvarianten bildet (soweit nicht im Tabellenbuch vorhanden); diese könnte man dann direkt mit der Belastungsgröße vergleichen, sodass man sofort die „passende“ Schraubenvariante erkennen könnte. Ansonsten spielt natürlich bei der Ungleichung auch eine Rolle zu erkennen, welchen Effekt bei einer Ausgangsvariante eine Veränderung hat, um möglichst zügig zum Ziel zu kommen.



Bei der Verwendung von ANSYS Workbench kommt zunächst nur beim Umrechnen in zulässige Inputgrößen die Anwendung von Formeln zum Tragen (von Kraft in Druck). Des Weiteren sind die Belastungsgrößen in vektorieller Form entweder mit Betrag und Richtung oder in Vektorkomponenten einzugeben. Bei der Durchführung wurden die Default-Einstellungen verwendet, also keine Entscheidungen über Elementart oder Vernetzung getroffen. Die eigentliche mathematische Arbeitsweise des FEM-Programms bleibt völlig verborgen. Dies ist nach Auskunft des Anwendungskollegen bei einer Nutzung durch den normalen Konstrukteur genauso gedacht, während es für die Nutzung durch den Berechnungsingenieur noch eine „mathematischere“ Variante gibt.

Bei der Outputinterpretation spielt mathematisch noch die Beschreibung von Schwingungen durch Amplitude und Frequenz eine Rolle. Hier ist also eine Grundvorstellung von Schwingungsgrößen erforderlich. Die ebenfalls zur Verfügung stehende Animation unterstützt solch eine Vorstellung.

- *Wie ist das Zusammenspiel von Intuition, Überschlagsrechnung und präziserer Modellierung, d.h. wo können Vorgehensschritte im von Kent und Noss benannten Spektrum vom qualitativen bis zum quantitativen Denken verortet werden?*

Häufig werden die Anfangsauslegungen (Blechdicke, Sickeniefe, Anzahl von Rippen) nach „optischen Gesichtspunkten“ (was sieht „gewohnt“ aus?) festgelegt. Hier scheint die durch Erfahrung (bisher betrachtete Teile, Proportionen in solchen Teilen) gebildete Vorstellung (=Intuition?) wesentlich zu sein. Dies reicht (zumindest in der Beispielkonstruktion), um zu einem ersten Entwurf zu kommen (eventuell gibt es sogar schon gute Defaulteinstellungen in den Programmen bei manchen Dingen). Dafür werden keine Überschlagsrechnungen gemacht. Dann kann man leicht in das Berechnungsprogramm wechseln (von Pro/Engineer in ANSYS einfach als Hilfsapplikation, ebenso von SolidEdge in ANSYS, auch wenn Student B mit einer älteren Version von SolidEdge und ANSYS dies noch nicht direkt durchführen konnte) und eine Berechnung durchführen. Durch den leichten Wechsel zwischen CAD und FEM kann man dann leicht variieren, bis die Anforderungen erfüllt sind. Es bleibt die Frage, ob man den Prozess durch Überschlagsrechnungen effizienter machen könnte (weniger Experimentierzeit). Dies wurde aber vom Anwendungskollegen verneint, da man schon beim recht einfachen gebogenen Blech mit Sicken oder Rippen kein Überschlagsmodell mehr zur Verfügung hat. Von daher wäre in der Praxis genauso vorgegangen worden wie von den Studenten, wobei man aus der Erfahrung heraus wohl gleich davon ausgegangen wäre, dass Versteifungen nötig sind und nur deren Anzahl fraglich gewesen wäre.

Überschlagsrechnungen tauchen bei Student B zur Schraubenauslegung auf. Hier wird konkret mit zur Verfügung stehenden Formeln gerechnet, wobei es aber keine exakte Lösung gibt, sondern ein Annähern an eine nach bekannten Regeln als zulässig anerkannte Konfiguration erfolgt.

Insgesamt lässt sich sagen, dass die Intuition oder Erfahrung zur Anfangsauslegung eine große Rolle spielt und quantitative Betrachtungen durch die Eingabe charakterisierender Daten erfolgt, deren Bedeutung man verstehen muss. Geometrische Modellierungen erfolgen algorithmisch und relational, aber nicht symbolisch-algebraisch.

- *Gibt es verborgene, in Anwendungssituationen eingebettete Mathematik? Welches mathematische Verständnis ist notwendig, um mit den Anwendungssituationen sinnvoll umzugehen? Würde eine bewusste Mathematisierung generell auch im*

*normalen Umgang zur Effektivitäts- und Effizienzsteigerung führen, etwa durch Reduktion des Herumprobierens?*

Im CAD-Programm (sowohl Pro/Engineer und SolidEdge) gibt es auch anwendungsorientierte Konstruktionsmöglichkeiten. Dies zeigt sich an den benutzten Anwendungsbegriffen wie Sicke, Fase, Rippe, Lappen, Ausrundung. Diese stehen für gewisse Typen von geometrischen Objekten, die man auch mit den rein geometrischen Operationen erzeugen könnte, was aber mühsam wäre. So müsste man z.B. für eine Fase einen Ebenenschnitt durchführen oder für eine Sicke eine Parallelebene erzeugen, ein Teil ausschneiden, senkrechte oder schräge Verbindungsebenen erstellen und mit Radien ausrunden. Bei gewissen Ausrundungen wäre sogar eine komplexe algebraische Beschreibung (Verbindungsfläche zwischen Kurven erforderlich), die dem Benutzer aber verborgen bleibt.

Insbesondere kommen die Anwendungsbegriffe im so genannten Blechmodus vor, der dazu dient, Blechteile zu konstruieren und daraus gleich Rohteilzeichnungen für die Fertigung zu erstellen (Abwicklung, Biegeradien).

Welche geometrischen Operationen der Bildung eines solchen Objekts zugrunde liegen, braucht der Nutzer nicht zu wissen. Er muss aber insoweit die konstituierenden Teilgeometrien kennen, als er die charakterisierenden Daten für die Teile (Sickentiefe, Fasenabstand, Sickenradien, ...) eingeben bzw. verändern muss. Es gibt beispielsweise für Sicken auch Varianten- und Berechnungsblätter, die ein formelmäßiges Modell enthalten. Es ist unklar, ob eine Benutzung solcher Blätter ein effizienteres Arbeiten bewirken würde. Bei Student B tauchte häufiger das Problem auf, dass SolidEdge die eingegebenen Daten nicht akzeptiert hat, wobei die Fehlermeldung allerdings vier Daten genannt hat und die Kriterien nicht klar waren, die der Zurückweisung zugrunde lagen. Die Kriterien können aber nicht mathematisch gewesen sein, da die geometrische Form mit den angegebenen Daten durchaus sinnvoll war. Daher ist anzunehmen, dass fertigungstechnische Gründe (etwa ein Reißen des Materials beim Pressen oder Tiefziehen) ausschlaggebend waren, sodass hier vielleicht ein besseres fertigungstechnisches, aber nicht mathematisches Verständnis geholfen hätte.

In den Berechnungsprogrammen (FEM) sind natürlich viele mathematische Verfahren enthalten, die der Nutzer überhaupt nicht sieht (Polynomansätze, lineare Gleichungssysteme, usw.). Der Benutzer sieht nur die Inputmöglichkeiten und den Output. Beim Output erhält man Verformungen, Spannungen und Eigenfrequenzen. Diese sind anwendungsmäßig zu deuten, um zu sehen, ob das Ergebnis „realistisch“ ist. So hat Student A etwa eine fehlerhafte Eingabe daran erkannt, dass sich an einer Lagerstelle nur geringe Spannungen ergaben. Ferner muss aus dem Ergebnis erkannt werden, welche Maßnahmen zu einer Veränderung führen könnten, um gezielt weiter zu experimentieren.

Auf jeden Fall bestand bei Student B große Unsicherheit bezüglich der Sinnhaftigkeit des Ergebnisses. Gerade bei der Eigenfrequenz, die hier im Vordergrund stand, gibt es keine Checkmöglichkeit auf der Basis von Erfahrungen oder im Vergleich mit früheren, als zuverlässig bekannten Ergebnissen. Ob hier aber ein tieferes Verständnis des zugrunde liegenden mathematischen Modells (Vernetzung, Elementart, Ansatzfunktionen, ...) einen sichereren Umgang zur Folge hätte, ist nicht offensichtlich. Der Anwendungskollege hat dies jedenfalls nicht bejaht. Eventuell könnte hier wenigstens eine Betrachtung der Vernetzung insbesondere in kritischen Regionen (etwa um kleine Einspannungen herum) eine Verbesserung bringen oder der Versuch, mit höhergradigen Ansatzfunktionen eine erneute Rechnung durchzuführen, was aber in der genutzten ANSYS-Version gar nicht angeboten wird, weil sich der Konstrukteur damit wohl nicht beschäftigen soll.

- *Gibt es Richtlinien oder Konstruktionsregeln, die anstelle einer eigenen Berechnung schlicht angewendet werden?*

Regeln finden vielfach Anwendung. Beispiele sind hier:

- Verwende bei den Schraubverbindungen gewisse Sicherheiten (Bezugsgröße: Streckgrenze/4; Sicherheitsfaktor 10)
  - Verwende Sicken zur Versteifung größerer Flächen
  - Verwende Rippen zur Versteifung
  - Bringe Versteifungen dort an, wo große Verformungen sind
  - Geschlossenen Systeme bringen höhere Steifigkeit
  - Reduziere schwingende Masse zur Verringerung der Eigenfrequenz
  - Zum Vorgehen: Ändere nur eine Größe, um die Wirkung zu erkennen; falls sich im Berechnungsprogramm eine Eingabe nicht einfach realisieren lässt, modifiziere leicht die Konstruktion zur leichteren Eingabe
  - Bei Überprüfung des Outputs: An Einspannungen müssen höhere Spannungen auftreten
- *Kommen tiefere mathematische Reflektionen und Modellierung zum Einsatz, wenn Problemsituationen („Breakdown“) auftreten, etwa wenn Anforderungen nicht erfüllt sind, Richtlinien nicht einfach anwendbar sind, weitere Optimierung erforderlich ist oder ein Programm in der bisherigen Nutzungsart nicht das erforderliche durchführt? Gab es Probleme bei der Durchführung der Aufgabe, die auf fehlendes oder fehlerhaftes mathematisches Verständnis zurückzuführen sind? Welche Probleme resultieren aus der Unfähigkeit, eigentlich bekannte mathematische Modelle zu entdecken und vorhandenes mathematisches Wissen anzuwenden?*

Folgende Problemsituationen haben sich bei der Arbeit ergeben, wobei von Softwareeinstellungsproblemen, die vom Administrator zu beheben waren, abgesehen wird:

- Bei der Arbeit im Blechmodus (in Pro/Engineer) ließen sich die Sicken nicht über den rechtwinkligen Knick hinüberziehen, da dann die Abwicklung nicht mehr funktioniert. Bei SolidEdge funktionierte die Abwicklung generell nicht mehr, wenn Sicken eingefügt worden sind. Hier stellt sich die Frage, ob mit einem besseren mathematischen Verständnis dieses Problem gleich hätte erkannt werden können, sodass ineffiziente Versuche unterblieben wären. Natürlich könnte man sich denken (was Student A auch nach den vergeblichen Versuchen getan hat), dass man bei Sicken über Biegungen hinweg keine Abwicklung mehr machen kann, da ja eine Sicke gerade eine Versteifung gegen Biegung bewirken soll und beim Abwickeln und erneuten Biegen im Fertigungsprozess Probleme entstehen. Hier ist allerdings kein mathematisches Denken erforderlich (man könnte allenfalls geometrisch erkennen, dass es beim Biegen zu Längenänderungen im Sickenbereich kommt).
- Gewisse Sickenstellungen werden von SolidEdge nicht akzeptiert, sodass Student B Änderungen vornehmen musste. Seine Einstellungen waren aber nicht geometrisch unsinnig, sondern sind wohl aus fertigungstechnischen Gründen nicht akzeptiert worden. Da manche abgelehnte Einstellungen aber nach erneutem Laden doch akzeptiert wurden, scheint zudem ein Softwareproblem vorzuliegen.
- Probleme im Umgang mit impliziten Annahmen im Skizzierer haben Student B dazu geführt, diesen Modus abzuschalten und selbst alle Beziehungen etwa zur Erstellung der Außenkontur einer Sicke zu erstellen. Ein gutes Verständnis der Beziehungen und die Fähigkeit, diese zur Erstellung des Gewünschten zu nutzen, kann die Arbeit aber effizienter machen (vgl. 4.2).

- Bei der Konstruktionsvariante „aus einem Blech“ ließen sich die Anforderungen nicht erfüllen (insbesondere bzgl. der Eigenfrequenz). Es gibt aber nach Auskunft des Anwendungskollegen kein Überschlagsmodell, mit dem man den „Irrweg“ hätte vermeiden können. Ingenieure mit einiger Erfahrung hätten wohl gleich vermutet, dass man Versteifungen einbauen muss, aber dies läge dann in der Erfahrung und nicht in einer mathematischen Überlegung begründet.
  - Bei fehlerhaften Programmeingaben in ANSYS ergaben sich unsinnige Resultate (fehlendes Lager, doppeltes Lager). Hierbei handelt es sich um einen Eingabefehler, der nicht auf fehlendes mathematisches Verständnis zurückzuführen ist.
  - Beim Einlesen der Geometrie über IGES in ANSYS ergaben sich mehrere Parts, von denen aber nur ein paar zur Geometrie beitrugen. Auch wenn man die anderen unterdrückt hat, ergaben sich bei der Vorführung durch Student B nicht die früher berechneten Eigenfrequenzen. Hier müssten noch Kontaktbedingungen bei mehreren Parts eingegeben werden, da sonst die Teile für sich schwingen und es somit zu niedrigeren Eigenfrequenzen kommt. Mathematisch würde dies bedeuten, dass die Gleichungssysteme für die Einzelkomponenten miteinander verknüpft sein müssen, was dem Anwender aber eigentlich nicht notwendigerweise klar zu sein braucht.
  - Beim Studenten A ergaben sich Probleme bei der Schwingungsanalyse mit aufgeschraubtem Aggregat, die nicht mehr vorhanden waren, als das Aggregat im selben Part aufgebracht wurde. Hier scheint es sich wieder um Kontaktprobleme gehandelt zu haben, was sich aber hinterher im Interview nicht mehr genau klären ließ.
  - Im Blechmodus lassen sich keine Rippen aufbringen; will man dies, so muss man den mühsamen Weg über das Assembly (Zusammenbau einzelner Teile) gehen, was sich dann wegen der oben genannten zusätzlich notwendigen Kontaktangaben nicht mehr so schnell in ANSYS analysieren lässt. Dies ist aber ein Softwareproblem.
  - Bei ANSYS ergab sich das Inputproblem, dass man an den Verschraubungsstellen keine Kreisringflächen als Lager angeben konnte. Dies wurde durch leichte Modifikation der Geometrie umgangen.
  - Beim Wechseln des Werkstoffs (Aluminium statt Stahl) ergibt sich keine Änderung der Eigenfrequenz. Dies wäre klar, wenn man weiß, dass Masse und E-Modul jeweils ein Drittel sind und diese Größen beim einfachen Einmassen-Schwinger-Modell in Zähler bzw. Nenner eingehen ( $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$ ).
  - Eventuell hätte man bei der Schraubenauslegung noch effizienter arbeiten können, wenn man das o.a. Produkt aus Querschnitt und zulässiger Spannung betrachtet hätte. Aber dies war eigentlich kein Problem, sondern eher eine (recht marginale) Effizienzfrage.
- *Welche kognitiven Modelle sind zur sinnvollen Nutzung der Programme erforderlich? Welche Objekte sind an der Benutzerschnittstelle sichtbar („boundary objects“) und welche mathematische Kompetenz ist für die Nutzung erforderlich oder zumindest hilfreich?*

Diese Frage wird in den nächsten beiden Abschnitten für die beiden genutzten CAD-Programme Pro/Engineer und SolidEdge sowie für das FEM-Programm ANSYS Workbench separat ausführlicher betrachtet. Im Folgenden sind die Ergebnisse, soweit sie sich bei der Nutzung durch die Studenten ergaben, kurz zusammengefasst.

Beim CAD-System geht der Benutzer mit einfachen Grundobjekten um wie z.B. Ebenen und Quadern und konstruiert kompliziertere Objekte aus einfachen durch Operationen wie Wegschneiden, Extrudieren, Ebenen-Drehen, Rotationskörper, ... Der Benutzer muss eine

Modellvorstellung von den zur Verfügung stehenden Objekten und Operationen haben. Ferner muss er eine Vorstellung von der Anwendung gewisser Operationen zur Erzeugung eines Objekts haben.

Bei den FEM-Programmen muss der Nutzer eine Vorstellung vom notwendigen Input haben, z.B. von den Einspannungsmöglichkeiten und den äußeren Einflüssen (Kräfte, Drücke, Momente) und von der Sinnhaftigkeit des Outputs (Verformungen, Spannungen, Vergleichsspannung, Eigenfrequenz). Ferner muss eine Vorstellung davon bestehen, wie Geometrie und Einspannungseigenschaften sich auf den Output auswirken (s.o. qualitative Regeln, z.B. verhindere Verformung durch Einziehen einer Rippe), um gezielt Variationen zur Erreichung der Anforderungen durchzuführen. Das Ziel der Programmdesigner scheint gerade gewesen zu sein, den anwendenden Konstrukteur von jeglichem mathematischen Verständnis der FEM-Methode zu befreien, sodass er nur in den Anwendungskategorien Lagerung und Belastung zu denken braucht. Hierbei tauchen dann nur Vektoren zur Beschreibung auf.

- *Welche Rolle spielt mathematisches Verständnis bei der Interpretation des Programm-Outputs und der Überprüfung der Sinnhaftigkeit?*

Bei der Körpererzeugung im CAD-Programm ist eine optische Vorstellung der Körpergeometrie wichtig, während ein Verständnis der zugrunde liegenden symbolischen Darstellung nicht notwendig ist. Ein geometrisches Verständnis der Änderungen beim Biegen ist ferner wichtig für die Einschätzung der Möglichkeiten des Blechmoduls. Im Skizzierer ist ein Verständnis der Festlegung einer geometrischen Kontur durch Maße und Relationen wichtig, um den Output des Programms zu verstehen und geeignet zu manipulieren.

Um den Output des FEM-Programms zu verstehen und als Grundlage für weitere Experimente zu nutzen, muss man die Anwendungskonzepte dreidimensionaler Spannungszustand, Hauptspannungen, Vergleichsspannungen, Verformung und Eigenfrequenz kennen. Hierzu muss man mathematisch in Vektoren beziehungsweise im Amplituden-/Frequenzmodell denken. Bei letzterem sollte man die relevanten Größen beim Ein-Massen-Schwinger als Basismodell kennen.

Ein mathematisches Verständnis der Arbeitsweise von FEM-Programmen als Grundlage für die Interpretation war nicht unmittelbar erforderlich. Wenn eine Warnung kommt, dass die Matrix bei der Lösung schlecht konditioniert war, wird der normale Benutzer dies lediglich als Hinweis werten, dass den Ergebnissen nicht recht zu trauen ist und dass man noch einmal alle Eingaben prüfen sollte. Ansonsten tauchen Elemente, Knoten, Ansatzfunktionen gar nicht auf und können mithin auch nicht zur Interpretation herangezogen werden. Was noch helfen könnte, wäre eine Betrachtung der Vernetzung und das Wissen, dass Randbedingungen an Knoten geknüpft sind. Wenn also in einem kritischen Bereich bei dünner Vernetzung nur wenig Knoten liegen, wäre dies als Hinweis auf die Fragwürdigkeit der Ergebnisse dienen. Dies spielte allerdings in der vorliegenden Aufgabenstellung keine Rolle.

- *Welche Rolle spielt das zielorientierte Experimentieren mit Software bei der Lösung von Problemen und beim Erwerb eines Verständnisses für den Einfluß von Modellparametern („understanding through use“ bei Kent und Noss)?*

Das zielorientierte Experimentieren ist ganz wesentlich zum Erreichen einer Lösung, die den Anforderungen entspricht. Man beginnt mit einer auf Erfahrung und Konstruktionsregeln beruhender Anfangslösung und nutzt dann die Berechnung und daraus resultierende Veränderungen, um die Anforderungen schließlich zu erfüllen. Man sieht beim

Experimentieren die Auswirkungen von Veränderungen und verwirft diese entweder oder geht in dieselbe Richtung weiter. Führt das Experimentieren nicht zum Ziel, so versucht man eine grundlegend andere Variante, die aber auch gewisse Nachteile hat. Ob man auf die erste Variante (aus einem Blech) mit näherer Überlegung (oder Überschlagsrechnung) gleich hätte verzichten und so effizienter hätte arbeiten können, ist – wie bereits erwähnt – nach Auskunft des Anwendungskollegen eher eine Sache der Erfahrung. Der sehr einfache Wechsel zwischen CAD und FEM erleichtert das Experimentieren enorm.

Ein weiteres Phänomen sind kleine Manipulationen, mit denen Probleme umgangen werden können, ohne die Ergebnisse wesentlich zu ändern. So wurden zur Festlegung der Einspannungen in ANSYS in Pro/Engineer sehr dünne Kreisringscheiben zusätzlich aufgebracht, mit denen die Einspannfläche einfach zu spezifizieren war.

- *Welches Wissen und welche Fähigkeiten sind vor und neben der Programmnutzung erforderlich (Materialkenntnisse, Normteile, Produktionsprozess, Kosten, ...)?*

Bei der Konstruktion sind viele Einflußfaktoren zu berücksichtigen und ggf. im Hinterkopf zu behalten. Hier wären zu nennen:

- geometrische Randbedingungen
- Festigkeitsanforderungen (statisch, schwingend)
- Fertigungstechnische Anforderungen
- Kosten (Fertigungsart, Werkstoff, Anzahl Teile, Produktionsaufwand für Teile, Einsatz von Kaufteilen, Fügetechnik, Montage)
- Optimierungskriterien: Gewicht
- Entwicklungskosten: Arbeitszeit, Programme, Hardware.

Besonders interessant ist die Fertigung. Die geometrischen Konstruktionsmöglichkeiten im CAD sind keinesfalls deckungsgleich mit den Fertigungsmöglichkeiten. Teile können z.B. gefräst, gedreht oder gegossen oder durch Tiefziehen hergestellt werden. Das Vereinigen und Wegnehmen im CAD impliziert nicht schon gewisse Fertigungsverfahren. Nur im Blechmodus sind fertigungstechnische Aspekte integriert, da hier die Abwicklung und Parameter für die Biegung bestimmt werden, sodass man die Blechteile leicht mit den üblichen Methoden produzieren könnte. Fertigungsverfahren können – bei identischer Geometrie – auch die Festigkeitseigenschaften bestimmen, da z.B. Fasern zerstört oder nur gebogen sein können.

Konstruktionen sollten natürlich „fertigungsgerecht“ sein. Dies bedeutet insbesondere, dass Einzelteile durch möglichst einfache Fertigungsprozesse herstellbar sind und auch bei gewissen Fertigungstoleranzen noch zusammengefügt werden können. Dies führt dann z.B. bei den Rippen dazu, dass gerade nicht „genau“ an die Biegerundungen herangegangen wird, sondern die Rippe „etwas“ darüber hinaus abgeschnitten wird. Vielleicht wäre an dieser Stelle sogar ein exaktes mathematisches Denken eher hinderlich. Es kann auch sein, dass das letztlich gefertigte Teil nicht geometrisch genau mit dem konstruierten Teil übereinstimmt, was aber nichts macht, solange die Funktionalität und eventuelle Restriktionen (z.B. Bauraum) davon nicht betroffen sind. So können sich z.B. beim Biegen andere Radien einstellen als geometrisch in der Konstruktion gezeichnet.

Beide Studenten haben sich zunächst auf die Produktion aus einem Blech konzentriert, da dies besonders kostengünstig zu produzieren und dann auch zu montieren ist (kein Schweißen oder Kleben) und außerdem leicht ist. Allerdings ließen sich so die Festigkeitsanforderungen nicht erfüllen.

- *Gibt es generelle mathematische Kompetenzen im Sinne von Wake und Williams (1999) oder Grundvorstellungen und Grundverständnisse im Sinne von Bender (1991)*

*und vom Hofe (1995), die notwendig oder hilfreich bei der Nutzung der Programme sind?*

Folgende generelle Kompetenzen waren zu erkennen:

- Algorithmische Geometrie: Fähigkeit der Umsetzung geometrischer Vorstellungen in Erzeugungsalgorithmen auf Basis der zur Verfügung stehenden Operationen. Dabei sind die Algorithmen nicht formal-symbolisch anzugeben wie beim Programmieren oder bei der mengentheoretischen Bildung der Körper durch Vereinigung, Schnitt oder Wegnahme.
- Relationale Geometrie (Logik): Fähigkeit zum Erkennen von gewünschten Invarianzen und deren Umsetzung, Fähigkeit zur Beschreibung einer Geometrie oder einer Lage durch Bedingungen; Fähigkeit zum variablen Design (Design for Modification)
- Elementauslegung: Fähigkeit zur iterativen Auslegung durch Anfangsansatz und gezielte Veränderungen (Umgang mit einem großen Designraum mit vielen Variablen).
- Arbeiten in Modellen, keine eigene Modellierung: Es waren keine eigenen mathematischen Modellierungen etwa wie beim Koppelgetriebedesign erforderlich. Vielmehr war in den Überschlagsberechnungen zur Schraubenauslegung mit vorhandenen Formeln zu rechnen. Auch in der Geometrie ist nicht mathematisch zu modellieren, sondern es sind mit den vorhandenen Objektentypen neue Objekte zu bilden.
- Problemlösekompetenz: Kann mit der vorhandenen Software nicht genau das gewünschte modelliert werden, so ist zu erkennen, wie man durch einfache Variationen die Schwierigkeiten durch eine Näherungslösung umgehen kann. Dabei ist auch zu sehen, welche Teile der Ergebnisse infolge dessen verfälscht sind und damit nicht mehr verlässlich und welche nur unwesentlich durch die Änderung beeinflusst sind.

Folgende Grundvorstellungen können grob identifiziert werden, wobei es sich nicht nur um mathematische Grundvorstellungen handelt:

- Grundvorstellung von der Bewegung (dem Verhalten) von Material unter Last zur sinnvollen Konstruktion
- Grundvorstellung der Körpererzeugung mit den Konstruktionsmitteln (generativ-algorithmische Vorstellung)
- Grundvorstellung über Fertigungsverfahren
- Grundvorstellung vom Vorgehen bei der Auslegung von Maschinenelementen mit diskreten Größen (wie Schraubengröße M4, M5, etc.): Berechnung einer Anfangskonfiguration und gezieltes Ändern dieser in Abhängigkeit von den Ergebnissen.

Was bei der Bearbeitung der vorliegenden Aufgabenstellung durch die Studenten nicht erforderlich schien oder möglich war, aber bei weiteren Untersuchungen auch berücksichtigt werden sollte, sind unter anderem die folgenden Grundvorstellungen:

- Grundvorstellung über die Arbeit eines FEM-Programms (Elementauswahl, Ansatzfunktionen, Vernetzungsdichte), mögliche Fehler und Ungenauigkeiten (z.B. bei Schraubverbindungen, ungünstiger Vernetzung); eventuell könnte dies nützlich sein, wenn bei Lagerungen durch die Vernetzung nur wenige Knoten gebildet werden und daher die Lagermodellierung sehr ungenau ist.

- Grundvorstellungen über einfache Belastungsmodelle, die für das überschlägige Rechnen und die Kontrolle von Berechnungsergebnissen verwendet werden können

Bei Wake/Williams wird auch die Fähigkeit genannt, sich in von anderen aufgestellten Modellen zurechtzufinden. Da im Projekt bisher von Grund auf neu konstruiert und keine Variantenkonstruktion durchgeführt wurde, kam diese Fähigkeit noch nicht zum Tragen. Deren Untersuchung bleibt weiteren Projektabschnitten vorbehalten.

- *Welche weiteren Berechnungsaufgaben würden an eine spezielle Berechnungsabteilung übergeben und wie sieht die Kommunikationsschnittstelle zu einer solchen Abteilung aus („boundary objects“)?*

Will man eine weitere Gewichtsoptimierung durchführen, so könnte man eine Topologieoptimierung durchführen. Dies könnte nach Aussage des Anwendungskollegen auch der Konstruktionsingenieur. Es würden dann in Bereichen, in denen die Spannungen und Verformungen sehr gering sind, Materialwegnahmen vorgenommen und in besonders beanspruchten Bereichen zusätzliches Material platziert. Es wäre dann Aufgabe des Konstrukteurs, aus diesem Ergebnis wieder eine leicht fertige Variante zu bilden.

Der Konstrukteur müsste auch erkennen, ob die Grenzen des verwendeten linearen Modells überschritten sind. Dies sieht er etwa daran, dass die angezeigten Spannungen den linear-elastischen Bereich verlassen. In solchen Fällen ist eine nicht-lineare Rechnung erforderlich, die dann von der Berechnungsabteilung durchgeführt würde.

Eventuell ist zur Eingabe sinnvoller Kontaktbedingungen auch der Rat eines Berechners zum Verhalten bei gewissen Verbindungen einzuholen. Dies gilt wohl generell für den Fall, dass ein Teil aus mehreren Parts zusammengesetzt ist.

#### **4.2 Qualifikationen bei der Nutzung von CAD-Programmen**

Im Folgenden sollen die mathematischen Qualifikationen bei der Nutzung von CAD-Systemen näher beleuchtet werden, wobei als Basis die Konstruktionen der Studenten und eigene Versuche und Konstruktionsübungen (nach Wyndorps 2004) dienen. Die Qualifikationen sind in geometrische und algebraische Qualifikationen unterteilt.

##### Geometrische Qualifikationen:

- Einstellung der Ansicht (Projektion des 3D-Körpers auf eine Ebene)

Ein dreidimensionaler Körper wird orthogonal auf eine Ebene projiziert und damit eine Ansicht erzeugt. Es handelt sich um eine trimetrische Projektion, da die Bilder der Einheitsvektoren der Achsen eines zugrunde gelegten Koordinatensystems bei der orthogonalen Projektion unterschiedliche Längen haben können.

Zur Veränderung der Ansicht eines Körpers stehen drei Operationen zur Verfügung: Verschieben, Drehen und Zoomen. Während das Verschieben parallel zur Bildebene verläuft und einfach durch den mit der Maus erzeugten Verschiebevektor bestimmt ist, ist die Drehung nicht so leicht nachvollziehbar. Eine Drehung ist durch Drehachse und Drehwinkel festgelegt. Dazu gibt es eine so genannte „Drehmitte“ (Punkt), die unterschiedlich eingestellt werden kann. Standardmäßig ist die „Modellmitte“ als Drehmitte eingestellt, wobei diese Modellmitte anschaulich „mitten“ im durch die Objekte (Ebenenausschnitte, Körper etc.) festgelegten Modells liegt, ohne dass eine genaue Definition in der Hilfe zu finden wäre. Wird jetzt der Mauszeiger in eine gewisse Richtung gezogen (egal von welcher Position aus), so erfolgt die Drehung um die Achse, die in der Ebene durch die Drehmitte parallel zur Bildebene liegt und



senkrecht auf der mit der Maus gezogenen Richtung (Richtungsvektor) steht. Die Zuglänge (Länge des Richtungsvektors) bestimmt den Drehwinkel. In der praktischen Anwendung spielt dies aber keine Rolle. Man bekommt unmittelbares optisches Feedback über das Ergebnis und kann durch sehr schnelles Bewegen der Maus die gewünschte Position erzeugen, sodass Vorüberlegungen zu Drehachsen unnötig, sogar eher ineffizient wären. Hier unterscheidet sich das Bemühen des Mathematikers, die Vorgänge genau zu verstehen und zu beschreiben, stark vom ingenieurmäßigen Nutzen des Programms.

- Körpersynthese aus Grundelementen (Synthesealgorithmus) mit Mengenoperationen (Vereinigen, Abzug; Schnitt kann man als Kombination daraus bilden)

Die Konstruktion besteht im Wesentlichen darin, dass Einzelteile aus Grundkörpern gebildet werden, indem diese zusammengefügt werden oder ein Körper vom anderen (punktmengenmäßig) abgezogen wird, was fertigungsmäßig auf das Entfernen des entsprechenden Materials herausläuft (wenn der resultierende Körper überhaupt in dieser Weise erzeugt wird). Mathematisch kann dies als Mengenvereinigung und Mengenwegnahme („ $A \setminus B$ “: A ohne B) gedeutet werden, wobei allerdings Berandungsflächenpunkte immer erhalten bleiben. Da es auch möglich ist, die Komplementmenge wegzunehmen (also für einen Körper B etwa  $\mathbb{R}^3 \setminus B$ ), kann man damit auch die Schnittmenge in der Form  $A \setminus (\mathbb{R}^3 \setminus B)$  bilden. Man könnte sogar rein mit Vereinigung und Wegnahme den Schnitt erzeugen:  $A \cap B = A \cup B \setminus (A \setminus B \cup B \setminus A)$ .

Die wesentliche Qualifikation besteht also darin, dass man eine gewisse Vorstellung vom zu erzeugenden Teil umsetzt in einen Algorithmus mit Anwendung der zur Verfügung stehenden Operationen. Dabei sollte ein möglichst einfaches Vorgehen erfolgen, so dass man dies später auch noch leicht nachvollziehen und modifizieren kann. Eine mögliche Vorgehensweise besteht darin, zunächst einmal einen gesamten umfassenden Körper zu konstruieren und dann Material zu entfernen, statt von einer komplizierten Querschnittsskizze auszugehen und diese zu extrudieren. Schließlich wird dann aus einzelnen Teilen die Gesamtkonstruktion gebildet (Assembly, Baugruppe), aber hierbei wird nur noch zusammengefügt und die wesentliche Aufgabe besteht darin, die Teile räumlich aufeinander zu beziehen. Hierfür werden manchmal gemeinsame Referenzobjekte (z.B. Ebenen) in beiden Teilen definiert, so dass man später ein Bauteil verändern kann, ohne dabei Gefahr zu laufen, dass man dabei eine gemeinsame Referenz verändert.

Bei der Erzeugung von Objekten durch Hinzufügen oder Wegnehmen von Material kann man genaue numerische Größenangaben machen (z.B. Extrusionstiefe von 20mm) oder – bei Wegnahmen – fordern, dass in beliebiger Tiefe Material entfernt wird (und damit auch bei später angefügten Teilen); aber man kann auch eine andere Fläche als Referenz für die Ausdehnung angeben („bis Fläche“). Diese Festlegung ist flexibel und erlaubt Modifizierungen: Ändert sich die Lage der Referenzfläche, wird die Extrusion „mitgezogen“.

- Verständnis der Bedeutung der Parameter vorgefertigter, mit Anwendungsbedeutung versehener Geometrien (Bohrung, Rippe, ...).

Neben den selbst erzeugten geometrischen Körpern, die an sich noch keine Anwendungsbedeutung haben, stellen Pro/Engineer und SolidEdge auch vorgefertigte Geometrien für Körper oder Aussparungen mit Anwendungsbedeutung zur Verfügung, z.B. für Bohrungen, Rippen und Ausrundungen. Diese müssen dann durch gewisse Daten genau spezifiziert und an einem bestehenden Körper platziert werden. Wichtig ist hierbei, die Bedeutung der Parameter zu erkennen, wobei dies optisch unterstützt wird (z.B. bei der Bohrung). Bei der Platzierung ist ebenfalls zu erkennen, durch welche Daten bezüglich bestehender geometrischer Objekte die Lage im Raum eindeutig festgelegt ist, wobei es hier durchaus

unterschiedliche Möglichkeiten geben kann. Es wird in der Regel nicht mit Koordinaten gearbeitet, obwohl man dies auch machen könnte, indem man Bezugspunkte durch Koordinaten festlegt und diese dann als Bezüge wählt.

- Einbeziehung fertigungstechnischer Aspekte

Geometrische Konstruktion und Fertigung sind zunächst einmal getrennt. Wenn man z.B. geometrisch Material wegnimmt, so ist damit nicht notwendig ein bestimmter Fertigungsprozess verbunden (Fräsen, Drehen, Schleifen, ...). Wie man Ausrundungen fertigt, ist auch nicht durch die Geometrie festgelegt. Dennoch spielt natürlich das Denken in fertigungstechnischen Kategorien eine wichtige Rolle, wenn es um die Konstruktion wirtschaftlich herstellbarer Teile geht. Zudem werden im CAD-System an einigen Stellen auch direkte Unterstützungen für den Fertigungsprozess geboten. So gibt es z.B. den Blechmodus, der es erleichtert, Blechkonstruktionen zu erstellen, und der auch Berechnungen und Daten für die Produktion zur Verfügung stellt. So kann man z.B. gebogene Bleche – falls geometrisch möglich – auf die Ebene abwickeln und damit die im ebenen Blech auszuschneidende Kontur bestimmen (als Input für die NC-Maschine). Ferner werden Biegeradien für den nachfolgenden Biegeprozess bestimmt. Auch bei der normalen geometrischen Materialwegnahme wird fertigungstechnisch relevante Information erzeugt, indem die Randfläche berechnet und als „Zielobjekt“ für einen Fräsprozess zur Verfügung gestellt wird.

Hat man keine Unterstützung wie im Blechmodus, so muss man selbst für fertigbare Konstruktionen sorgen. So muss man z.B. bei Biegeteilen Aussparungen zur Spannungsentlastung vorsehen, die von der reinen Geometrie her nicht notwendig wären. Bei der Festlegung von Radien zur Ausrundung eines etwa rechtwinklig abgelenkten Teils stellt sich auch die Frage, ob diese sich bei der Fertigung überhaupt einstellen. Wird z.B. ein Biegeprozess durchgeführt, so stellen sich automatisch gewisse Radien ein (die auch tabelliert sind). Es ist die Frage, ob (leichte) Unterschiede zwischen konstruiertem und gefertigtem Teil problematisch sind oder nicht. Teile sollten in Konstruktionen so zusammengefügt werden, dass auch bei gewissen Fertigungstoleranzen noch eine Verbindung möglich ist (Beispiel: Rippe mit Aussparung in Rundung). Insofern muss man geometrisch eher „ungenau“ ansetzen und nicht ganz an gewisse geometrische Grenzen gehen. Dies ist vielleicht einer exakten mathematischen Denkweise (geometrischen Konstruktionsweise) eher entgegengesetzt.

- Kenntnis der geometrischen Grundobjekte Punkt, Gerade, Ebene und der Konzepte Koordinatensystem (Rechtssystem) und deren Beziehungen, Orientierungen

Die elementaren linearen Objekte wie Punkt, Gerade, Ebene sind wesentlich für den Umgang mit CAD-Systemen. Die meisten Objekte werden durch Bezug auf solche Grundobjekte eindeutig definiert. Will man die Grundobjekte konstruieren, so muss man wissen, durch welche anderen Objekte sie festgelegt werden, denn solche Daten sind als Referenzen einzugeben. So kann zum Beispiel eine Gerade als Schnitt zweier Ebenen oder als Verbindung zweier Punkte oder als Gerade orthogonal zu einer Ebene und durch einen Punkt gegeben werden. Als Grundebenen werden die Koordinatenebenen eines Koordinatensystems (Rechtssystems) angeboten. Diese haben – wie alle anderen Ebenen auch – eine Orientierung, d.h. eine positive Seite (eigentlich Halbraum) und eine negative. Bei den Koordinatenebenen ist die positive Seite immer diejenige, die in Richtung des dritten, darauf senkrecht stehenden Koordinateneinheitsvektors zeigt. Die Lage im Raum kann eindeutig festgelegt werden, indem Referenzobjekte (Achsen, Ebenen) gedreht und/oder verschoben werden. Hier ist also eine operativ-algorithmische Denkweise gefragt und keine algebraische. Wenn einzelne Bauteile („Parts“) in lokalen Koordinatensystemen konstruiert worden sind, muss man am

Ende im Zusammenbau („Assembly“) die Teile (und damit auch die Koordinatensysteme) zueinander positionieren. Dies geschieht jedoch nicht durch eine Transformationsmatrix in algebraischer Form, sondern die Lage wird durch gemeinsame Objekte festgelegt, die einander entsprechen sollen; z.B. soll eine Ebene aus dem einen System gleich einer anderen Ebene im anderen System sein. Auch hier stellt sich wieder die Frage, durch welche Referenzangaben die relative Lage eindeutig festgelegt ist. Da Ebenen orientiert sind, kann man nicht nur zwei Ebenen gleichsetzen, sondern auch noch die Orientierung einbeziehen. Wenn man sich dabei vertan hat, kann man dies leicht durch Orientierungsumkehrung bereinigen, sodass ein vertieftes Nachdenken im Vorfeld nicht erforderlich ist. Man kann auch zwei Achsen aufeinander beziehen; allerdings hat man – da Achsen nicht orientiert sind – keinen Einfluss mehr darauf, wie rum die Achsen aufeinander liegen.

- Erzeugung von 2D-Querschnitten mit geometrischen Beziehungen (Parallelität, Koinzidenz, Orthogonalität, gleiche Länge , ...)

Bei der Erzeugung von 2D-Querschnitten im Skizzierer kann man – wie in Zeichenprogrammen üblich – Geradenstücke, Kreise, Rechtecke oder krummlinige Kurven zeichnen. Mit dem Fangmodus und der automatischen Bestimmung möglicher Beziehungen (Parallelität, Orthogonalität, gleiche Länge, ...) soll das schnelle Erstellen von Skizzen unterstützt werden, die dann später durch genaue Bemaßung und Festlegung von Eigenschaften gemäß der eigentlichen Absicht genau bestimmt werden können. Hier geht es zunächst einmal darum, zu erkennen, welche Beziehungen und Größen zur eindeutigen, aber nicht überbestimmten Festlegung einer ebenen Figur erforderlich sind. Man sollte – wie bei dynamischen Geometrieprogrammen - wesentliche Eigenschaften identifizieren, die man beim Variieren (dem Einstellen der erwünschten Abmaße) erhalten möchte. Nur dann kann man Maße einfach ändern („design for modification“), ohne andere Maße wieder aufwändig anpassen zu müssen.

Mit den impliziten Annahmen des Skizzierers sind aber auch Probleme verbunden, da es zu Überbestimmtheiten kommen kann und dann die angezeigten Bedingungen etwas unübersichtlich sind. Auch ist beim Anpassen der Maße vorsichtig vorzugehen, da das Umstellen eines Maßes auf die gewünschte Größe zum Umklappen einer Figur oder zu einer starken Verzerrung führen kann, die das Erkennen der Einzelteile erschwert. Letzteres kann dadurch verhindert werden, dass bei Änderung eines Maßes alle anderen Maße mit dem gleichen Faktor angepasst werden, so dass die Gestalt der Figur nicht geändert wird.

- Erzeugung von Körpern aus 2D-Skizzen durch geometrische Operationen (Extrudieren mit konstantem Querschnitt, bis hin zu einer Fläche, Drehen, ...)

Die Grundkörper, aus denen sich ein Teil zusammensetzt (mit Mengenoperationen, s.o.), werden meist aus zweidimensionalen Skizzen durch Extrudieren oder Drehen gewonnen. Es gibt auch noch andere Operationen, in denen aus Kurven Flächen und aus Flächen und Kurven Volumenkörper gebildet werden, doch diese treten in den meisten Konstruktionen nicht auf. Hier ist also zu entscheiden, mit welcher Methode man den gewünschten Körper erzeugen kann (manchmal gehen beide bei rotationssymmetrischen, zylindrischen Körpern). Ferner ist der zu erzeugende Querschnitt zu ermitteln und dann zu erstellen. Zudem sind für die Positionierung im Raum auch eine Skizzierebene und die Tiefe und Richtung der Extrusion bzw. der Drehwinkel und die Drehorientierung festzulegen.

- Umwandlung von 3D in 2D durch Abwicklung (Fertigungstechnik)

Im Blechmodus wird Unterstützung für fertigungstechnische Angaben gegeben. Soll zum Beispiel ein Blechteil aus einem ebenen Blech ausgeschnitten und dann durch Biegung in die gewünschte Form gebracht werden, so muss das konstruierte 3D-Teil in die Ebene abgewickelt werden. Dies geht jedoch nur bei abwickelbaren Konstrukten. Insofern muss der Benutzer eine Vorstellung von der Abwicklung und deren Realisierbarkeit haben. Er muss auch wissen, durch welche Konstruktionsoperationen (etwa Sickenefügung) er die Abwickelbarkeit zerstört. Allerdings muss man hier sagen, dass nicht nur geometrische Kenntnisse eine Rolle spielen, sondern auch das Angebot eines konkreten Programms. So erlaubt beispielsweise SolidEdge die Abwicklung nach Einfügen von Sicken überhaupt nicht mehr, während dies bei Pro/Engineer geht, solange die Sicken nicht über Biegekanten hinüber gehen. Bei Sicken in ebenen Stücken könnte man ja dennoch eine Abwicklung machen unter der Annahme, dass die Sicken erst hinterher dem Blech eingeprägt werden.

- Abhängigkeiten in der Erzeugung: Eltern-Kind-Beziehungen bei Körpern und Bezugselementen

In der geometrischen Konstruktion werden zur Definition von neuen Objekten bestehende Objekte benutzt, etwa durch Referenzierung oder durch Operationen auf Schnitten (Extrudieren, Rotieren, ...). Dadurch entstehen Abhängigkeiten, die als Eltern-Kind-Beziehung bezeichnet werden. Löscht man ein Objekt, werden auch alle abhängigen Objekte vernichtet. Daher muss der Benutzer einen Überblick über das hierarchische Beziehungsgeflecht haben. Um diesen zu behalten, sollte (so die Empfehlung in Lehrbüchern) der Benutzer nur wenige Basisreferenzen erstellen, auf die sich alle anderen Objekte beziehen.

- Wie lege ich eine 2D-Ansicht durch Orientierungen fest? Wie lege ich das Herausgehen aus einer 2D-Ansicht ins dreidimensionale fest?

Wenn man einen Körper oder Teilkörper durch einen Querschnitt (mit nachfolgendem Extrudieren oder Drehen) festlegen will, muss man eine Skizzierebene mit Orientierung angeben und ferner in der Ebene Schnitte mit anderen Objekten (meist Schnittgeraden mit anderen Ebenen) bilden (durch Angabe dieser anderen Objekte), sodass man beim Skizzieren die Position in der Ebene durch Bezug auf die Referenzen genau spezifizieren kann. Ferner ist dann beim weiteren Bearbeiten (Extrudieren, Drehen) festzulegen, wie man aus der Skizzierebene herausgeht. Über Umschaltmöglichkeiten kann man aber auch leicht probieren und anschauen, statt vorher genaue Überlegungen anzustellen.

- Vermeidung von numerischen Ungenauigkeiten durch Referenzierung statt Eingabe absoluter Maße

Meistens gibt es mehrere Wege, eine Geometrie oder eine Position festzulegen. Dabei kann man gegebene Objekte referenzieren (etwa im Sinne von „grenzt an“) oder absolute Maße eingeben. Letztere Eingaben können problematisch werden, wenn es zu numerischen Ungenauigkeiten kommt und etwa nicht mehr erkannt wird, dass Objekte aneinander liegen. Die Möglichkeit solcher Ungenauigkeiten sollte dem Benutzer bewusst sein, d.h. er sollte keine naive Vorstellung von der Exaktheit numerischer Festlegungen haben. Auch sollte er dieses Wissen nutzen, um bei der Konstruktion Lösungswege (etwa mit Hilfe von Referenzierungen) zu wählen, die – wenn möglich – solche Probleme zu vermeiden.

- Flexibler Umgang mit der Vielzahl von Lösungswegen

Wie bereits erwähnt, gibt es meistens eine Vielzahl von Möglichkeiten, um ein gewisses Konstruktionsziel zu erreichen. Zum Beispiel kann man beim Feststellen der relativen Lage zweier Bauteile zueinander zwei Achsen aufeinander beziehen. Alternativ kann man aber auch je zwei Ebenen, die durch die entsprechenden Achsen gehen, aufeinander beziehen. Wenn ein Weg nicht ordentlich funktioniert (z.B. Referenzierung von Achsen, weil man nicht mehr die Richtung festlegen kann), sollte man ein solches Repertoire an Konstruktions- und Festlegungsmöglichkeiten haben, dass man auch über alternative, wenn auch möglicherweise umständlichere Wege Probleme umgehen kann.

### Algebraische Qualifikationen:

Algebraische Angaben etwa für einfache geometrische Objekte wie Geraden und Ebenen tauchten in den CAD-Systemen bei der Bearbeitung der speziellen Aufgabe nicht auf, da mit Referenzierungen und Operationen gearbeitet wird. Dies heißt aber nicht, dass die CAD-Systeme völlig algebrafrei sind. Im Folgenden sind einige algebraische Spezifikationen aufgelistet, die allerdings erst bei fortgeschrittener Nutzung oder bei Modellierung komplexerer Geometrien auftreten.

- Angabe algebraischer Abhängigkeiten bei der Parametrierung

Parametrische CAD-Systeme bieten die Möglichkeit, flexible Konstruktionen zu erstellen, bei denen gewisse Maße in Abhängigkeit von anderen Maßen festgelegt werden können. So kann man zum Beispiel festlegen, dass eine Länge, etwa  $a$ , doppelt so groß sein soll wie eine andere, etwa  $b$ . Dies geschieht durch symbolische Algebra:  $a=2b$ . Beispielsweise kann man so eine ganze Baureihe von Zahnrädern konstruieren, die sich in gewissen Basismaßen und darauf basierenden abhängigen Maßen unterscheiden. Hier handelt es sich also um Denken in symbolischen Variablen mit praktischer Bedeutung, wobei die praktische Bedeutung häufig auch in der Wahl der Variablennamen zum Ausdruck kommt. Dies ist auch schon bei Wake/Williams (2003) bei Excel-Worksheets beobachtet worden, in denen auch Formeln mit anwendungsbezogenen Zellnamen verwendet wurden.

Auch wenn man selbst keine symbolischen Abhängigkeiten aufstellen kann, sollte man zumindest in der Lage sein, von anderen aufgestellte Parametrierungen zu durchschauen.

- Variationen in einem großen mehrdimensionalen Designraum, funktionales Denken

Ist eine anfängliche Konstruktion erfolgt oder etwa eine vorhandene Konstruktion gegeben, so kann diese mannigfach variiert werden. Die Variablen sind etwa Maße, Anzahl von Rippen, Positionen, Werkstoffeigenschaften etc., d.h. man hat nicht nur viele Variablen, sondern auch unterschiedliche Variablentypen (reell, integer, Aufzählung von Eigenschaften, ...). Gefragt ist ein sinnvolles und zielgerichtetes Navigieren im Variablenraum. Allerdings sind die Variablen in der Regel nicht symbolisch in Form von Gleichungen miteinander verknüpft.

Man kann aber zum Beispiel in Pro/Engineer mit den Analysetools funktionale Abhängigkeiten untersuchen. So lässt sich eine Größe variieren und eine andere dabei aufzeichnen. Man erhält dann zwar keinen symbolischen, aber einen numerischen Zusammenhang.

- Algebraische Eingabe bei Kurven in Parameterdarstellung

Will man Kurven in Parameterdarstellung nutzen etwa als Begrenzungskurven in einer Skizzierebene oder als Leitkurven zur Erzeugung komplexerer Körper, so sind diese algebraisch durch die Komponentenausdrücke  $x(t)$ ,  $y(t)$  und  $z(t)$  einzugeben, wobei der

Parameterlaufbereich  $[0,1]$  festliegt. Eine gegebene Kurve ist also nötigenfalls umzuparametrisieren. Hier sind explizite algebraische Kenntnisse erforderlich.

- Algebra in der Kodierung der geometrischen Objekte in Austauschdateien

Schaut man sich die Formate der Dateien, die für den Austausch zwischen CAD-Systemen Verwendung finden (etwa IGES und STEP), so beziehen sich die dort gespeicherten numerischen Werte auf Koeffizienten in algebraischen Darstellungen der spezifizierten geometrischen Objekte. Die algebraische Darstellung ist also für das Verständnis und die Interpretation der numerischen Daten erforderlich. Allerdings benötigt man dies nur, wenn man selbst solche Dateien etwa in einem eigenen Zusatzprogramm erstellen will. Speichert man nur in einem CAD-Programm ab und liest in einem anderen CAD-Programm ein, so ist eine Interpretation der abgespeicherten Daten nicht erforderlich.

### 4.3 Qualifikationen bei der Nutzung von FEM-Programmen (ANSYS Workbench)

Im Projekt wurde nur eine besonders auf Konstrukteure zugeschnittene Version des FEM-Programms ANSYS genutzt, und zwar ANSYS Workbench. Bei dieser Variante wird versucht, möglichst die zugrunde liegende Mathematik und mathematische Einstellungs- und Auswahlmöglichkeiten nicht erscheinen zu lassen, sondern es dem nicht FEM-mäßig bewanderten Ingenieur zu ermöglichen, in Anwendungskategorien zu denken und dementsprechend die Geometrie zu importieren, die Lagerungen durch Geometrieauswahl und Wahl des Lagerungstyps festzulegen und die Lasten einfach vektoriell in Bezug auf Geometrielemente zu spezifizieren. Die folgenden Aussagen sind also nicht auf Vollversionen von FEM-Programmen, wie sie von Berechnungsingenieuren benutzt werden, zu verallgemeinern.

- Beschreibung vektorieller Größen: Will man Kräfte, die auf eine Konstruktion einwirken, spezifizieren, so muss man diese vektoriell entweder mit Betrag und Richtung (hier kann die Richtung senkrecht auf Flächen gewählt werden) oder in Komponenten  $x$ ,  $y$  und  $z$  angeben.
- Beschreibung von Schwingungen: Beim Output der Eigenschwingungen muss man die schwingungsrelevanten Größen Amplitude und Frequenz kennen.
- Lösungseinstellungen: Bei der Lösung gibt es noch Einstellmöglichkeiten bezüglich der adaptiven Konvergenz und des Solver-Typs. Da ansonsten aber gerade die zugrunde liegende Mathematik gegenüber dem Konstrukteur verborgen wird, kann hier eigentlich nur sinnvollerweise die Defaulteinstellung gewählt werden oder gemäß irgendwelchen nicht weiter reflektierten Empfehlungen vorgegangen werden.
- Topologieoptimierung: Dieses Tool wurde von den Studenten nicht verwendet.

Die Plausibilitätsüberprüfungen, wie sie von den Studenten durchgeführt wurden, sind anwendungsbezogen. Es wurde überprüft, ob an den Lagerungen erhöhte Spannung vorlag. Ist dies nicht der Fall, so weist das auf fehlerhafte Spezifikation der Lagerung hin. Ansonsten haben die Studenten keine Möglichkeit gesehen, sich grob die berechneten Werte plausibel zu machen. Die Art der Vernetzung, die ebenfalls auf Anforderung angezeigt wird, wurde nicht einbezogen. Hier hätte man sich etwa die Vernetzungsdichte an den Lagerungsflächen

anschauen können, um eventuell Quellen der Ungenauigkeit zu entdecken. Ein übersichtliches Prüfen mit einem stark vereinfachten Modell, das noch analytische Lösungen besitzt und an dem man auch erkennen kann, welche Größen eingehen und wie man dementsprechend zielgerichtet variieren kann, ist nach Aussage des Anwendungskollegen nicht mehr möglich.

## 5. Resümee und Ausblick

Es ist das Ziel des in diesem Bericht beschriebenen Projekts, die Mathematiknutzung im Alltag eines Maschinenbauingenieurs näher zu erfassen. Dazu wurden „ersatzweise“ zwei Studenten im letzten Studiensemester beauftragt, mit Betreuung durch einen Anwendungskollegen eine Konstruktion für eine Halterung zu erstellen, wie sie auch der Konstrukteur im Berufsalltag zu erledigen hätte. Bezüglich der Risiken dieses Untersuchungsansatzes, die in Kapitel 3 benannt worden sind, lässt sich zusammenfassend konstatieren:

- Um ein den realen Arbeitsprozess besser widerspiegelndes zielgerichteteres Arbeiten zu ermöglichen, hätte eine periodische Konsultation des Anwendungskollegen durch die Studenten (oder alternativ: eine genauere Spezifikation der Aufgabenstellung) erfolgen sollen. Dies wird in den folgenden Projektphasen zu beachten sein.
- Im Umgang mit den zur Verfügung stehenden Tools, die einer realen Arbeitsumgebung – bis auf Softwareprobleme – durchaus entsprachen, haben die Studenten aufgrund ihrer vorhergehenden Ausbildung einen professionellen Umgang mit den CAD-Tools und einen recht unsicheren Umgang mit dem FEM-Programm gezeigt. Es ist fraglich, inwieweit ein Konstrukteur im realen Arbeitsleben nach einer gewissen Schulungs- und Einarbeitungszeit hier sicherer gewesen wäre.
- In Bezug auf Arbeits- und Denkweise konnte bei der Befragung des Anwendungskollegen kein grundsätzlicher Unterschied zu „fertigen“ Ingenieuren festgestellt werden, wobei natürlich erfahrenere Ingenieure manche Experimentierwege abkürzen. Die Studenten haben engagiert und ernsthaft an der Aufgabe gearbeitet, sodass in dieser Hinsicht kein wesentlicher Unterschied zum Ingenieursalltag bestehen sollte.
- Bezüglich der Repräsentativität der Aufgabe bestehen natürlich weiterhin große Einschränkungen im Hinblick auf die Verallgemeinerbarkeit der Aussagen und Antworten auf die Untersuchungsfragen. Hier kann erst eine umfangreichere Sammlung von Untersuchungsergebnissen bei unterschiedlichen Aufgabenstellungen ein reichhaltigeres Bild vermitteln.

Was – bei den gegebenen Rahmenbedingungen – die Untersuchungsmethode anlangt, so hat sich das Vorgehen als sinnvoll erwiesen, die Studenten zunächst für sich arbeiten und ihre Gedanken aufschreiben zu lassen und dann auf der Basis des Aufschriebs ein aufgezeichnetes Interview durchzuführen. Hier konnte dann gezielt nachgefragt werden und die Programmnutzung konnte direkt am Bildschirm demonstriert werden. Durch die Aufzeichnung war eine Konzentration auf das Interview möglich, da später die Erkenntnisse noch einmal genau nachvollzogen und das studentische Vorgehen interpretiert werden konnten.

Bei der Untersuchung der Arbeitsweise der Studenten wurden folgende Erkenntnisse gewonnen:

- Sichtbare Mathematiknutzung war vor allem bei der Konstruktion im CAD-Programm und bei der Schraubenauslegung zur Befestigung des Aggregats feststellbar. Bei der CAD-Nutzung spielen die algorithmische und die relationale Geometrie eine große Rolle. Körper und Flächen werden aus Grundkörpern bzw. -flächen mit Hilfe eines gewissen Satzes an Operationen erzeugt. Ebenfalls wird die gewünschte Lage im

Raum (bzw. bei Skizzen die Lage in der Ebene) durch Operationen erzeugt. Symbolische Beschreibungen der Objekte spielen keine Rolle, vielmehr werden Körper und Lage durch Eingabe charakteristischer Daten von Objekten und Operationen festgelegt.

Bei der Schraubenauslegung werden Berechnungen durchgeführt, allerdings ist das Vorgehen eher experimentell, da nur ein gewisser Satz an Schrauben zur Verfügung steht. Man kann nicht, wie sonst in der Mathematikausbildung, die Gleichung nach einer gewissen „Schraube“ auflösen.

- Im Spektrum vom qualitativen zum quantitativen Denken und Arbeiten spielt das qualitative Denken eine wichtige Rolle beim Anfangsentwurf. Qualitativ bedeutet hier, dass auf einen Satz von Erfahrungswerten und –regeln zurückgegriffen wird. Solche Regeln spielen auch eine wichtige Rolle beim Variieren des Entwurfs. Überschlagsrechnungen in einem vereinfachten Modell spielten nur bei der Schraubenauslegung eine Rolle.

Die Halterung ist schon zu kompliziert, um mit einem vereinfachten Modell maximale Spannungen und Eigenfrequenzen abzuschätzen. Die Berechnung solcher Größen wird vollständig an das FEM-Programm delegiert, ohne dass ein Wissen um die Berechnungsvorgänge zur groben Abschätzung der Ergebnisse helfen würde. Bei letzterem spielt vielmehr die Erfahrung mit ähnlichen Werkstücken eine Rolle, die bei den Studenten natürlich noch nicht vorhanden war.

- Mathematik (im Sinne von mathematischen Beschreibungen oder Modellen) ist in den CAD- und FEM-Programmen ganz oder teilweise in Anwendungsobjekten verborgen. In CAD-Programmen gibt es spezielle Objekte wie Sicken, Ausrundungen oder Fasen, die die Erzeugung komplexerer Geometrien durch die Eingabe weniger charakteristischer Daten ermöglichen, wobei teilweise schon gute Defaultwerte angeboten werden. Die Variante des FEM-Programms, die im Projekt genutzt wurde und speziell für Konstrukteure gedacht ist, vermeidet mathematische Darstellungen fast gänzlich (bis auf Vektoren zur Eingabe gerichteter Größen wie z.B. Kräfte). Der Anwender soll rein in den ihm vertrauten Kategorien Geometrie, Last, Lagerung, Spannungen, Verformungen, Eigenfrequenzen denken.
- Um mit dem CAD-Programm verständlich umgehen zu können, muss man die angebotenen geometrischen Objekte und Operationen sowie ihre charakterisierenden Daten verstehen, wobei dies auch durch mehrfache Nutzung („understanding through use“) geschehen kann. Um diese zur Erstellung umfangreicherer Konstruktionen zu nutzen, muss man einen Algorithmus entwickeln. Da das Resultat einer Operation gleich auf dem Bildschirm erscheint, kann man auch gewisse Operationen probieren und das Ergebnis ggf. rückgängig machen.

Bei der FEM-Programmvariante für den Konstrukteur, die von den Studenten genutzt wurde, ist als Verständnis für Input und Output im Wesentlichen das Verständnis der vorkommenden Anwendungskonzepte wie Last, Lagerung, Spannung usw. erforderlich. Mathematisch taucht beim Input nur der Vektorbegriff auf. Zur Prüfung der Sinnhaftigkeit des Outputs sind eher Anwendungsregeln erforderlich, etwa dass die Spannungen an den Einspannungen größer sind als in der „weiteren Umgebung“.

- Die Wichtigkeit des Experimentierens nach der Erstellung eines Anfangsentwurfs wurde oben schon betont. Das Experimentieren war in der betrachteten Aufgabe eher von allgemeinen Regeln geleitet als von einem zugrunde liegenden mathematischen Modell.
- Neben den geometrischen Kompetenzen (algorithmisch-konstruktiv und relational) sind bei der maschinenbaulich sinnvollen Anwendung eines CAD-Systems auch nicht-mathematische Kompetenzen wesentlich, die vor allem fertigungstechnische Aspekte (und damit auch Kosten) betreffen. Geometrische Erstellung im CAD-System und



reale Fertigung sind unterschiedlich, sodass gesonderte Vorstellungen von Fertigungsverfahren und deren Kosten erforderlich sind.

- In der Literatur zur Mathematik am Arbeitsplatz spielen Problemsituationen („Breakdowns“) und deren Auflösung durch Mathematisierung eine wichtige Rolle. Bei der Aufgabenbearbeitung durch die Studenten traten ebenfalls Probleme auf, die aber im Wesentlichen nicht durch Mathematisierung zu lösen waren:
  - Die Studenten versuchten zunächst, eine Konstruktion aus nur einem Blech zu erstellen. Diese genügte – trotz einiger Modifikationsversuche – jedoch nicht den Anforderungen an die erste Eigenfrequenz. Zur Problemlösung wurde dann mit mehreren Blechen bzw. mit Platten und Rippen gearbeitet. Damit bekommt man eine größere Steifigkeit, aber diese Erkenntnis beruht nicht auf Mathematisierung.
  - Eine Strategie beim Auftauchen von Problemen (z.B. Beschreibung des Lagerungsbereichs im FEM-Programm) besteht in der leichten Modifikation der Konstruktion, sodass Probleme umgangen werden, ohne die ursprüngliche Konstruktion stärker zu verfälschen. Solche schnellen „work arounds“ anstelle tiefer gehender theoretischer Überlegungen scheinen im Alltag, in dem der Zeitfaktor eine große Rolle spielt, auch häufiger vorzukommen.
  - Im Skizzierer (als Teil eines CAD-Programms) wird mit geometrischen Relationen gearbeitet, die – bei entsprechender Einstellung – vom Programm automatisch erkannt werden (zwei Strecken werden ungefähr parallel gezeichnet und vom Programm zu Parallelen gemacht). Mit solchen Automatismen kann man die Arbeit effizienter gestalten, sie können aber auch dazu führen, dass es zu Überbestimmungen kommt und damit gewisse Angaben nicht mehr gemacht werden können. Um mit solchen Situationen umgehen zu können, ist ein Verständnis der Relationen und der Fixierung einer geometrischen Konfiguration durch gewisse Relationen erforderlich. Falls dies nicht der Fall ist, kann man natürlich das Problem auch einfach dadurch umgehen, dass man den Automatismus ausschaltet; man büßt dann aber ggf. Effizienz ein.
- Was die Schnittstelle zu Kollegen von Berechnungsabteilungen anlangt, so sind bei der Bearbeitung der Aufgaben keine Situationen entstanden, in denen die Konsultation einer Berechnungsabteilung erforderlich geworden wäre. Nach Auskunft des involvierten Anwendungskollegen wäre dies z.B. der Fall, wenn der linear-elastische Bereich verlassen wird. Dazu muss man natürlich als FEM-Nutzer eine Vorstellung von Linearität und Nicht-Linearität haben und das Spannungs-Dehnungs-Diagramm mit linearem und nicht-linearem Anteil kennen. Ferner könnte auch die Modellierung von Kontakten (und deren Einfluß auf die Berechnungen) Gegenstand der Kommunikation zwischen Konstrukteuren und Berechnern sein. Die Konstrukteure brauchen dazu nicht zu wissen, wie die Kontakte in die Aufstellung der Gleichungen eingehen.

Will man aus den oben genannten Erkenntnissen Konsequenzen für die Lehre ziehen, so muss man dabei aus den genannten Gründen Vorsicht walten lassen. Es wurde nur eine Anwendungsaufgabe untersucht und neben der Mathematik für den Arbeitsalltag hat die Ausbildung auch die Mathematik für Modelle in Anwendungsfächern ins Blickfeld zu nehmen. Daher sieht der Verfasser als wesentliche Konsequenz, den Bereich der algorithmisch-konstruktiven und der relationalen Geometrie stärker in die Ausbildung einzubeziehen. Dies könnte etwa dadurch geschehen, dass man bei der elementaren Mengenlehre die Konstruktion von Körpern durch Vereinigen, Schneiden und Wegnehmen als Beispielsituation betrachtet oder dass man die vollständige Festlegung einer Konfiguration

durch Relationen übt. Hierbei könnte man dann sogar Aufgaben im CAD-System formulieren und damit die Verknüpfung der beiden Ausbildungsfächer stärken. Natürlich sind dies nur erste Gedanken, die zu verfeinern und zu testen sind.

Abschließend sei bemerkt, dass es zum Erhalt eines reichhaltigeren Bildes der mathematischen Expertise von Maschinenbauingenieuren sicherlich weiterer Untersuchungen bedarf. Geplant ist zunächst die Betrachtung einer Aufgabe aus dem Bereich der Mechanismenerstellung. Des Weiteren sind auch Auslegungsaufgaben für Maschinenelemente mit einem der üblichen Programme (etwa MDesign©) in Betracht zu ziehen, da dies zweifelsohne auch zum Alltagsgeschäft eines Maschinenbauingenieurs gehört.

Da sich die Vorgehensweise (Beauftragung von Studenten im 8. Semester) als fruchtbar erwiesen hat, wird diese weitestgehend beibehalten. Eine weitere Untersuchungsmöglichkeit betrifft die angesprochene Schnittstellenproblematik. Um das erforderliche mathematische Verständnis an der Schnittstelle zwischen „normalen“ Ingenieuren und Spezialisten (in der Berechnung oder in berechnungsintensiven Anwendungsbereichen) genauer zu untersuchen, könnte man auch Dokumente betrachten, die diese Schnittstelle offiziell festlegen oder die an dieser Schnittstelle zum Austausch verwendet werden (wie z.B. Pflichtenhefte). Dazu ist es jedoch erforderlich, Zugang zu solchen Dokumenten bei Firmen zu erhalten.

## 6. Literatur

Abreu, G. de (2002). Mathematics Learning in Out-of-School Contexts: A Cultural Psychology Perspective. In: English, L.D. (Ed.). Handbook of International Research in Mathematics Education. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, pp. 323-354.

Alpers, B. (1999). Combining Hypertext and Computer Algebra to interconnect Engineering Subjects and Mathematics. Proc. Int. Conference on Technology in Mathematics Teaching, ICTMT 4, Plymouth.

Alpers, B. (2000). Relearning Mathematics for Application Classes with Computer Algebra: The Case of Control Theory, in: Hibberd, S., Mustoe, L. (Eds.). The Mathematical education of Engineers III, Proc. IMA Conference, Loughborough.

Bakker, A., Hoyles, C., Kent, Ph., Noss, R. (2004). Techno-mathematical Literacies in the workplace: Improving workplace processes by making the invisible visible. 5<sup>th</sup> Annual Conference of the Teaching and Learning Research Programme, Cardiff.

Beck, C. , Jungwirth, H. (1999). Deutungshypothesen in der interpretativen Forschung, Journal für Mathematik-Didaktik 20, pp 231-259.

Beck, C. , Maier, H. (1993). Das Interview in der mathematikdidaktischen Forschung, Journal für Mathematik-Didaktik 14, pp. 147-179.

Bender, P. (1991). Ausbildung von Grundvorstellungen und Grundverständnissen – ein tragendes didaktisches Konzept für den Mathematikunterricht – erläutert an Beispielen aus den Sekundarstufen, in: Postel, H., Kirsch, A., Blum, W. (Eds.). Mathematik lehren und lernen. Festschrift für Heinz Griesel. Hannover: Schroedel, pp. 48-60.

Bessot, A., Ridgway, J. (Eds.) (2000). Education for Mathematics in the Workplace. Dordrecht: Kluwer.

Blum, W., vom Hofe, R. (2003). Welche Grundvorstellungen stecken in der Aufgabe? Mathematik lehren 118, pp. 14-18.

Bromme, R., Rambow, R. & Sträßer, R. (1996). Jenseits von "Oberfläche" und "Tiefe": Zum Zusammenhang von Problemkategorisierungen und Arbeitskontext bei Fachleuten des Technischen Zeichnens. In H. Gruber & A. Ziegler (Hrsg.), *Expertiseforschung: Theoretische und methodische Grundlagen* (S. 150-168). Opladen: Westdeutscher Verlag.

Chundang, U. (1996). On the Use of Computer Algebra Systems in Calculus Course for Thai Engineering Students - Developing and Testing Modules for Visualization. PhD Dissertation. University of Kassel.

Evans, J. (1999). Building Bridges: Reflections on the Problem of Transfer of Learning Mathematics, Educational Studies in Mathematics 39 , pp. 23-44.

Flick, U., von Kardorff, E., Steinke, I. (Eds.) (2004). Qualitative Forschung. Ein Handbuch. 3rd Edition. Reinbek bei Hamburg: Rowohlt Taschenbuch Verlag.

- Hall, R. (1999). Following Mathematical Practices in Design-oriented Work. In: Hoyles/Morgan/Woodhouse, pp. 29-47.
- Hall, R. (1999). Case Studies of Math at Work: Exploring Design-oriented Mathematical Practices in School and Work Settings. Final Report to the NSF.
- Hoyles, C., Wolf, A, Molyneux-Hodgson, S., Kent, Ph. (2002). Mathematical Skills in the Workplace. Final report to the Science, Technology and Mathematics Council, London: Institute of Education, University of London /STM Council.
- Hoyles, C., Morgan, C., Woodhouse, G. (Eds.) (1999). Rethinking the Mathematics Curriculum. London: Falmer Press.
- Hoyles, C., Noss, R., Pozzi, S. (1999). Mathematizing in Practice. In: Hoyles/Morgan/Woodhouse, pp. 48-62.
- Kent, Ph., Hoyles, C., Noss, R., Guile, D. (2004). Techno-mathematical Literacies in Workplace Activity. International Seminar on Learning and Technology at Work, Institute of Education, London.
- Kent, Ph., Noss, R. (2000). The visibility of models: using technology as a bridge between mathematics and engineering. International Journal of Mathematics Education in Science and Technology 31, pp. 61-69.
- Kent, Ph., Noss, R. (2001). Finding a role for technology in service mathematics for engineers and scientists. In: Holton, D. (Ed.). The Teaching and Learning of Mathematics at University Level: An ICMI Study. Dordrecht: Kluwer, pp. 395-404.
- Kent, Ph., Noss, R. (2002). The Mathematical Components of Engineering Expertise: The Relationship between Doing and Understanding Mathematics. IEE 2<sup>nd</sup> Annual Symposium on Engineering Education, London.
- Kent, Ph., Noss, R. (2003). Mathematics in the University Education of Engineers. A Report to the Ove Arup Foundation.
- Maier, H., Beck, C. (2001). Zur Theoriebildung in der interpretativen mathematikdidaktischen Forschung, Journal für Mathematik-Didaktik 22, pp. 29-50.
- Noss, R., Kent, Ph. (2002). The Mathematical Components of Engineering Expertise. End of Award Report.
- Noss, R., Hoyles, C., Pozzi, S. (2000). Working Knowledge: Mathematics in Use. In: Bessot/Ridgway, pp. 17-36.
- Pozzi, S., Noss, R., Hoyles, C. (1998). Tools in Practice, Mathematics in Use, Educational Studies in Mathematics 36, pp. 105-122.
- Roth, W-M. (2003). Competent Workplace Mathematics: How Signs become transparent in use. International Journal of Computers for Mathematical Learning 8, pp. 161-189.

- Steevens, R., Hall, R. (1998). Disciplined Perception: Learning to See in Technoscience. In: Lampert, M., Blunk, M.L. (Eds.). Talking Mathematics in School. Studies of Teaching and Learning. Cambridge: Cambridge University Press, pp. 107-149.
- Sträßer, R. (2000). Mathematical Means and Models From Vocational Contexts – A German Perspective. In: Bessot/Ridgway, pp. 65-80.
- Sträßer, R. (2000). Conclusion. In: Bessot/Ridgway, pp. 241-246.
- Sträßer, R. (2004). Everyday Instruments: On the Use of Mathematics. In: Henn, H-W., Blum, W. (Eds.). ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education. Pre-Conference Volume, Dortmund, pp. 267-272.
- Velichova, D. (2002). Geometry in engineering education. European Journal of Engineering Education 27/3, pp. 289-296.
- Vogel, M., Bunte, P. (2003). Pro/ENGINEER und Pro/MECHANICA. Konstruieren, Berechnen und Optimieren mit Version 2001 und Wildfire, 3<sup>rd</sup> Edition, München: Hanser.
- Vom Hofe, R. (1995). Grundvorstellungen mathematischer Inhalte. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
- Vom Hofe, R. (2003). Grundbildung durch Grundvorstellungen. Mathematik lehren 118, pp. 4-8.
- Wake, G., Williams, J. (2001). Using College mathematics in understanding workplace practice. Summative Report of Research Project Funded by the Leverhulme Trust. University of Manchester.
- Wake, G., Williams, J. (2003). Using Workplace Practice to Inform Curriculum Change. In: Lamon, S.J., Parker, W.A., Houston, S.K. (Eds.). Mathematical Modelling: A Way of Life. Proc. ICTMA 11. Chichester: Horwood, pp. 189-199.
- Williams, J., Wake, G., Jervis, A. (1999). General Mathematical Competence: A New Way of Describing and Assessing a Mathematics Curriculum. In: Hoyles/Morgan/Woodhouse, pp. 90-103.
- Wyndorps, P. (2004). 3D-Konstruktion mit Pro/ENGINEER-Wildfire, 2<sup>nd</sup> Ed., Haan-Gruiten: Verlag Europa Lehrmittel.
- Zevenbergen, R. (2000). Preface to Research Methods for Mathematics at Work. In: Bessot/Ridgway, pp. 183-188.
- Zevenbergen, R. (2000). Ethnography and the Situatedness of Workplace Numeracy. In: Bessot/Ridgway, pp. 209-224.

Anhang:

Anhang 1: Aufgabenstellung durch den Kollegen M

Aufgabenstellung:

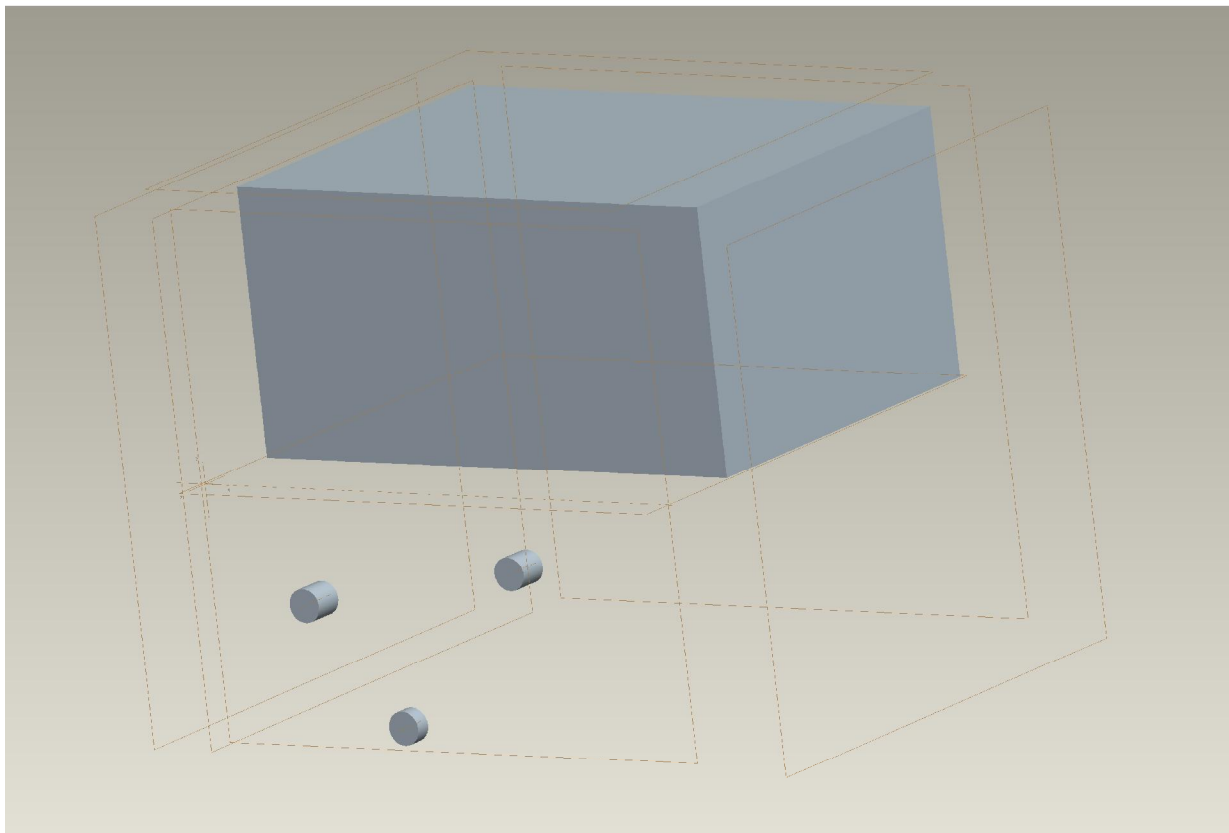
Für ein Aggregat (ABS-Aggregat) soll in einem definierten Bauraum eine Halterung konstruiert werden, die bestimmten Anforderungen genügt.

Die Außenmaße des Aggregats, die Abmaße des Bauraums und die Koordinaten der Anschlusspunkte sind der Zeichnung zu entnehmen.

Die Halterung soll folgende Anforderungen erfüllen:

1. Die Anschlüsse für das Aggregat müssen zugänglich sein.
2. Festigkeit: Das Material (einfacher Baustahl) soll im linear-elastischen Bereich beansprucht werden.
3. Steifigkeit: Die Halterung soll so steif sein, dass die erste Eigenfrequenz größer 250 Hz liegt.
4. Die Halterung soll möglichst leicht sein.

17. März 2005



Anhang 2: Schriftliche Informationen zur Durchführung der Aufgabe an die Bearbeiter durch B. Alpers

## **Informationen zur Durchführung der Aufgabe**

Zeitraumen: ca. 100 Stunden

Arbeitsauftrag: wird vom Kollegen M. gestellt

Durchführung und Dokumentation des Arbeitsprozesses:

Falls sich Fragen bei der Bearbeitung (Randbedingungen, Detaillierungsgrad) ergeben, klären Sie diese bitte mit dem Kollegen M. Dokumentieren Sie bitte ihren Denk- und Arbeitsprozess so, dass er für einen Außenstehenden nachvollziehbar ist. Die Dokumentation sollte folgendes umfassen:

- Detailliertes Aufschreiben aller Überlegungen (Vorgehensweise, Identifikation von Teilaufgaben) und Entscheidungen, insbesondere auch der Probleme und Wege der Problemlösung (mit Alternativen, falls ebenfalls angedacht)
- Genaue Beschreibung der genutzten Ressourcen (Tools, Tabellenbücher, Formelsammlung, sonstige Bücher, Internet-Informationen, Produktbeschreibungen, ...) und der Art der Nutzung, auch Probleme mit der Nutzung
- Aufzeichnung der Problemklärungen mit dem Kollegen M.

Die Aufzeichnungen in der Dokumentation sollen nicht – wie in der Diplomarbeit oder bei den Mathematik III-Projekten – eine nachträglich wohlstrukturierte Form haben, sondern den eigentlichen Arbeitsprozess nachvollziehbar machen. Schreiben Sie also einfach nach jeder Arbeitsphase kurz und ohne Formulierungskunst auf, was Sie gemacht und dabei gedacht haben. Bewahren Sie bitte auch Ihre Notizzettel, Skizzen und Papierrechnungen auf und legen Sie diese zur Dokumentation.

Am Ende der Arbeit möchte ich nach Sichtung der Unterlagen noch einmal den Arbeitsprozess mit Ihnen durchgehen und Sie zu mir unklaren Punkten näher befragen, etwa auch zur genauen Nutzung der Tools wie CAD oder Mechanikprogramm.