

Zur mathematischen Expertise von Maschinenbauingenieuren – Das Beispiel „Auslegung von Maschinenelementen“

Burkhard Alpers, Hochschule Aalen, 31.12.2007

1. Einleitung
 - 1.1 Ziel und Vorgehensweise
 - 1.2 Neue Untersuchungen
2. Aufgabenstellung
3. Untersuchungsergebnisse
 - 3.1 Beschreibung der Studenten
 - 3.2 Vorgehensweise, Ergebnisse und Probleme
 - 3.3 Antworten auf die Untersuchungsfragen
4. Resümee und Ausblick
5. Literatur

Anhang:
Aufgabenstellung
Anweisung an Studenten

1. Einleitung

1.1 Ziel und Vorgehensweise

Ziel des Projekts zur „Mathematischen Expertise von Maschinenbauingenieuren“ ist es zu untersuchen, welche Rolle mathematisches Verständnis bei der alltäglichen Arbeit eines Maschinenbauingenieurs spielt. Dazu werden „typische“ Aufgaben in Zusammenarbeit mit einem Anwendungskollegen identifiziert und von zwei Studenten des achten und letzten Semesters bearbeitet. Der Untersuchungsansatz mit seinem Potential und Risiken wurde bereits ausführlich in (Alpers, 2005) dargelegt. Da zwischenzeitlich neue Untersuchungen publiziert worden sind, werden diese im nächsten Abschnitt kurz dargestellt und auf mögliche Auswirkungen für die eigenen Untersuchungen überprüft.

Nachdem in der ersten Untersuchungsphase eine typische Konstruktionsaufgabe zu erledigen war und in der zweiten Phase ein typischer Mechanismus zu erstellen war, geht es in der hier beschriebenen dritten Phase um eine typische Auslegungsaufgabe für Maschinenelemente. Die Aufgabenstellung wird im nächsten Abschnitt genauer beschrieben. Abschnitt 3 fasst dann die Untersuchungsergebnisse zusammen. Zunächst werden die Aufgabenbearbeiter mit ihren Ausbildungscharakteristika kurz vorgestellt. Dann werden ausführlich deren Vorgehensweise, die erzielten Ergebnisse und die auftretenden Probleme beschrieben, wobei aber die mathematikrelevanten Aspekte im Vordergrund stehen. Diese Beschreibung liefert die Basis für die Beantwortung der Untersuchungsfragen, die in (Alpers, 2005) erläutert und in Bezug zu existierenden Forschungsarbeiten zur Mathematik am Arbeitsplatz gesetzt werden. Der letzte Abschnitt enthält ein Resümee und den Versuch, vorläufige Schlussfolgerungen für die Mathematikausbildung zu ziehen.

1.2 Neue Untersuchungen

Seit der im Bericht (Alpers, 2005) dargelegten Literaturrecherche sind noch weitere Arbeiten zur Mathematiknutzung durch Ingenieure und Ingenieurstudenten erschienen bzw. dem

Verfasser bekannt geworden. Im Folgenden wird zunächst die Nutzung aus Sicht von Ingenieuren (Bissell/Dillon 2000) referiert. Dann werden die umfangreichen Untersuchungen zur Mathematiknutzung und zur Einstellung gegenüber der Mathematik durch Gainsburg (Gainsburg 2005, 2006, 2007a,b) und durch Cardella (Cardella 2005 a,b, 2006a,b) dargestellt.

Die Untersuchung von Bissell/Dillon

Bissell und Dillon hinterfragen den in der didaktischen Literatur häufig dargestellten Modellierungszyklus kritisch in Bezug auf seine Relevanz für die tägliche Ingenieursarbeit. Sie kommen dabei zu folgenden Ergebnissen:

- Normalerweise beginnt die Arbeit nicht bei Null, sondern es werden bekannte Modelle und Berechnungsverfahren benutzt, die nur angepasst werden müssen.
- Die Modellierung ist meist inkrementell, indem Modelle leicht verändert werden basierend auf Erfahrung.
- Modellierung ist kein algorithmischer Prozess, sondern beruht häufig auf nicht expliziertem Wissen und Fähigkeiten, ferner auf Intuition und Gefühl dafür, welches Modell passend sein könnte.
- Modelle sind nur nützlich, wenn man sie erfolgreich zur Problemlösung einsetzen kann; leichter nutzbare einfache Modelle sind ggf. vorzuziehen.

Es gibt eine Hierarchie von Fähigkeiten bei der Nutzung eines gegebenen Modells:

- Mathematische Manipulation, Umformung
- Interpretation in Anwendungskategorien
- Anwendung der Interpretation für Empfehlungen und Vorausschau im Gesamtzusammenhang unter Nutzung anderer zusätzlicher Informationen.

Es sind hierbei auch viele „nicht-mathematische“ Fähigkeiten involviert, aber sie basieren doch auf Vertrautheit und einfachem Umgang mit mathematischen Repräsentationen.

Es stellt sich die generelle Frage, welche Rolle die Mathematik und die Mathematikausbildung im Ingenieurwesen spielen. Dazu werden folgende Feststellungen getroffen:

- Es fehlt in der Ausbildung die Verbindung zwischen gelehrt formalen mathematischen Prozeduren und der Nutzung der Mathematik durch Ingenieure. Ein zu formaler Ansatz kann gerade die Bereiche vernebeln, die durch Mathematikeinsatz beleuchtet werden sollen. Die Beziehungen zu physikalischem Systemverhalten geraten in den Hintergrund und Mathematik wird Selbstzweck.
- Modelle sind keine autonomen, eingekapselten Einheiten, die für sich betrachtet werden. Sie sind eher Diskussionsgrundlage für Praktiker und sie werden in der Gemeinschaft „ausgehandelt“ (Anmerkung des Verfassers: Dies ist auch bekannt, wenn etwa beim VDI oder DIN Richtlinien bzw. Normen angefertigt werden. Der Verfasser ist selbst an einer VDI-Richtlinien-Gruppe beteiligt.).
- Modelle dienen zur Verhaltensklärung, zur Voraussage oder um über zukünftige, zu bauende Systeme zu diskutieren.
- Ingenieure deuten mathematische Modelle in Form von Ursachenzuweisungen, die die mathematischen Modelle selbst nicht enthalten. Diese Anwendungsdeutung ist ein wesentlicher Zusatz. (Anmerkung des Verfassers: Ferner gehen auch Anwendungsannahmen in die Parameterwahl ein wie z.B. Annahmen über die Belastung bei Getrieben, die die Werte der Anwendungsfaktoren bestimmen). Der wesentliche Punkt beim Ingenieurverständnis des Modells besteht darin, plausible und von anderen akzeptierte Anwendungsdeutungen zu liefern.
- Am Beispiel Regelungstechnik wird gezeigt: Die Parameter in Modellen sind mit Anwendungsbedeutung zu belegen. Der Schwerpunkt der Ingenieurarbeit besteht nicht

in Gleichungslösungen, sondern in der Systeminterpretation (was passiert bei gewissen Systeminputs?). Die Gleichungsmodelle selbst (inklusive Lösungen) existieren schon und brauchen nicht „erfunden“ zu werden. Wesentlich ist die Interpretation der Lösungen. Die Sprache bei der Interpretation ist nicht die mathematische, sondern die Anwendungssprache. Die Modelleigenschaften sind eng verknüpft mit dem beschriebenen System.

- Mit der Zeit haben Ingenieure eine Reihe von Tools und Techniken entwickelt, die sie von der direkten Nutzung der Mathematik und mathematischer Darstellung entfernt haben. Vielmehr werden graphische oder bildliche Darstellungen und Techniken genutzt, die nicht mehr die grundlegenden akademischen Darstellungen nutzen, die auch von Anwendungskollegen als wesentlich erachtet werden. Vielleicht dient ein Festhalten an den akademischen Darstellungen und Berechnungen im Wesentlichen der Erzeugung und Erhaltung von Vertrauen.

Abschließend gehen wir auf die Relevanz für die eigene Untersuchung ein. Die von Bissell und Dillon betrachteten Phänomene werden hier im Rahmen der im Bericht (Alpers 2005) aufgestellten Untersuchungsfragen in den Blick genommen. Die Frage nach den genutzten mathematischen Konzepten und Verfahren beinhaltet auch die Frage nach mathematischer Modellierung oder Modellnutzung. Man kann und sollte aber sicherlich die letztgenannten Aspekte noch besonders hervorheben und untersuchen. Die Frage nach Unterschieden zwischen Mathematikausbildung und ingenieurmäßiger Nutzung ist auch bereits im Fragenkatalog enthalten. Der Einfluss von außermathematischen Aspekten wird bei den Fragen nach der Bedeutung von Anwendungsrichtlinien und nach weiteren genutzten Informationen (z.B. Material, Fertigungsprozesse) einbezogen. Schließlich befassen sich einige Fragen intensiv mit der Rolle von Tools und den für eine sinnvolle Nutzung erforderlichen mathematischen Qualifikationen. Inwiefern die Untersuchungsergebnisse die Feststellungen von Bissell und Dillon, die aus der Regelungstechnik kommen, unterstützen bzw. andere oder weitere, eher maschinenbauliche Aspekte zum Vorschein bringen, wird im vierten, resümierenden Kapitel beantwortet.

Die Untersuchungen von Gainsburg

Die Arbeiten von Gainsburg haben zum Ziel, aus der Untersuchung von mathematischem Denken im Alltag und bei der Arbeit sinnvolle Ziele für die mathematische Schulbildung (nicht die Hochschulausbildung!) zu gewinnen.

In (Gainsburg 2005) wird zunächst ein Überblick über bisherige Arbeiten zum Thema Mathematik am Arbeitsplatz und im Alltag gegeben. Ein verbreiteter Ansatz in den betrachteten Untersuchungen bestand darin, Themen der Schulmathematik in der realen Arbeitswelt zu identifizieren. Als häufiges Resultat ergab sich, dass nur ein relativ geringer Teil der Schulmathematik (meist auf der unteren Sekundarstufenebene) wirklich genutzt wurde, die Beschäftigten aber selbst mit diesem begrenzten Ausschnitt Schwierigkeiten hatten.

Andere „ethnographische“ Studien untersuchen direkt Arbeitsplätze und Alltagssituationen und dort im Kontext sich zeigendes mathematisches Denken und Arbeiten, ohne dass die Verbesserung der Schulausbildung das primäre Ziel der Studien gewesen wäre. Diese Studien haben in der Regel einen großen Unterschied zwischen der Schulmathematik und der Alltagsnutzung der Mathematik festgestellt. Während der Kontext in der Schule kaum eine Rolle spielt, ist er für die Alltagsnutzung zentral. Die Arbeitsplatzstudien heben die soziale und kulturelle Einbettung der mathematischen Beschäftigung hervor. Zur Rolle von Tools hat Hutchins festgestellt, dass Tools nicht die kognitiven Fähigkeiten erweitern, sondern rechnerisch schwierige Aufgaben durch leichtere ersetzen.

Zusammenfassend stellt Gainsburg fest:

- Die bisherige Forschung zeigt den Stand, aber nicht die prinzipiellen Möglichkeiten. Normative, nicht nur deskriptive Forschung ist erforderlich (Anmerkung des Verfassers: Dies wird bei der eigenen Untersuchung durch folgende Frage berücksichtigt: Könnte durch mehr Einsatz von mathematischen Methoden die Arbeit effektiver oder effizienter gestaltet werden?).
- Ethnographische Studien liefern detailliertere Informationen als Studien über die Verwendung gewisser mathematischer Inhalte, betonen aber das Umfeld (die „kulturelle Umgebung“) als Analyseeinheit und nicht das Individuum, das insbesondere für die Schulausbildung interessant ist (Anmerkung des Verfassers: In der vorliegenden Studie geht es um die Betrachtung des individuellen Arbeitens an einer Fragestellung, da in der Realität einzelne Aufgaben auch individuell erledigt werden und erst dann gemeinsam besprochen werden).
- Das häufig anzutreffende Untersuchungsergebnis, dass nur geringe und einfache mathematische Inhalte verwendet werden und diese auch noch stark in Anwendungszusammenhänge eingebettet sind, mag an den betrachteten Umgebungen und Arbeitsplätzen liegen (was auch mit der beschränkten mathematischen Expertise der Untersuchenden zu tun hat).

Die Beschränkungen existierender Studien zeigen die Notwendigkeit weiterer Studien, in denen die Nutzung tiefergehender und formaler Mathematik an Arbeitsplätzen untersucht wird, wobei die Mathematiknutzung von Individuen betrachtet wird. Dabei sollte allerdings als mathematische Arbeit nicht nur die Arbeit von Mathematikern gelten, die neue mathematische Resultate finden. Quantitativ bedeutender sind technische Berufe, bei denen es eher um Mathematiknutzung als um „Erschaffung“ geht. Daher wird insbesondere die Betrachtung von Ingenieurberufen propagiert.

Zur Klärung der mathematischen Arbeit kann man drei Arten der Rolle von mathematischer Theorie und Modellen an Arbeitsplätzen festhalten:

- Erstellung neuer mathematischer Modelle für die Problemlösung
- Selektion und Adaption existierender, etablierter mathematischer Theorie und Modelle und Anwendung auf reale Probleme
- Nutzung situationsspezifischer Prozeduren und Routinen, die die Nutzung und Auswahl von mathematischen Modellen vermeiden

Untersuchungen sollten zeigen, welche Art der Nutzung bei einer gewissen Gruppe den Vorrang hat. Allerdings beachte man, dass Beobachtungen der existierenden Mathematiknutzung nicht das Potential zeigen.

In folgenden Punkten fasst Gainsburg zusammen, was zukünftige Forschung erarbeiten sollte:

- Aufzeigen der aktuellen Mathematiknutzungs- und Problemlösungsaktivitäten in realen Alltagspraktiken
- Betonung des individuellen Verhaltens
- Beleuchtung der Beziehungen zwischen dem Verhalten der Arbeitenden und deren Umgebung (technologisch, situationsspezifisch, kulturell, interpersonell)
- Fokus auf mathematische Aktivität, die für Schulmathematik interessant ist
- Untersuchung von Arbeitsfeldern, bei denen angenommen werden kann, dass höhere Mathematiknutzung vorkommt, und Untersuchung auf Modellierungsaktivität und Nutzung von theoretischen Konstrukten
- Vermeidung einer a-priori dichotomischen Kategorisierung (Schul- versus Alltagsmathematik)
- Untersuchung von Beschäftigten, die besonders bewandert in der Mathematiknutzung im Alltag sind.

Mit genau diesen Fragen und Gegenständen befasst sich auch die vorliegende Untersuchung, wobei allerdings statt der Schulausbildung die mathematische Hochschulausbildung in Betracht gezogen wird.

In (Gainsburg 2006) und (Gainsburg 2007a) werden entsprechende Untersuchungen vorgestellt. Gemeinsame Grundlage für beide Artikel ist die ethnographische Untersuchung der Arbeit von Berechnungsingenieuren („structural engineers“) in zwei Bauingenieurfirmen. Die Beobachtungen und Analysen wurden um vier Arbeitsaufgaben herum organisiert, die zwei bis acht Tage umfassten, ein weites Spektrum an quantitativen Problemen beinhalteten, Technologieeinsatz erforderten und an denen mehrere Ingenieure arbeiteten (Jungingenieure, die die Arbeiten im Wesentlichen ausführten, und erfahrene Ingenieure als Vorgesetzte). Die gesammelten Daten umfassten Beobachtungsnotizen, Audioaufnahmen der Diskussionen zwischen Ingenieuren bzw. zwischen Ingenieur und Untersucher, Kopien der erzeugten Artefakte (Zeichnungen, Dokumente, Berechnungsblätter etc.), schriftliche und mündliche Antworten der Ingenieure auf Anfragen und 24 Stunden Interviews. Die Verfasserin hat alle quantitativen Probleme durchgearbeitet, versucht, die Schritte und die Toolnutzung nachzuvollziehen, die Informationsquellen zu identifizieren, die Denkprozesse und die aktuelle Mathematiknutzung zu verstehen. Die vier „Fälle“ wurden kodiert und so Themen und Muster bezüglich der mathematischen Praktiken identifiziert.

Die Hauptaufgabe der Bauingenieure ist das Entwerfen der stabilen Gebäudestruktur, sodass gewissen Anforderungen genügt wird. Die beobachteten Ingenieure haben eine Vielzahl von Modellen genutzt, und zwar von ganz konkreten Modellen der Bauteile bis hin zum abstrakten Strukturverhalten. Die Aktivitäten umfassen alle Aspekte der Modellierung: Modellwahl, Anwendung, Anpassung und Erstellung. Wegen der Vielfältigkeit der Gebäude bleibt dem Ingenieur eine umfangreiche Adaptions- und Erstellungsarbeit. Manchmal sind aber auch nur vorhandene Modelle (Formeln, Darstellungen) auszuwerten.

Als besondere Herausforderungen wurden festgestellt:

- Verstehen des Phänomens („understanding the phenomenon“): Es wird keine vorhandene Struktur analysiert, sondern erst das Modell einer zukünftigen Struktur geschaffen (typische Design-Arbeit).
- Überblick behalten („keeping track“): Bei mehreren Modellebenen ist zu beachten, über welche Ebene man gerade nachdenkt oder spricht und welche Annahmen zugrunde liegen.

In einer detaillierteren Beispielbetrachtung geht es um das Design der Strukturelemente, die Querkräfte bei einem Gebäude aufnehmen. Dabei ergab sich folgende Problemsituation (nach Noss/Kent 2003): Das einfache Modell, bei dem man die Kräfte nur nach unten propagieren lässt, liefert unsinnig hohe Werte, da horizontale Propagation nicht berücksichtigt ist. Es stellt sich die Frage, ob man zusätzliche Festigkeitselemente einplanen oder das weit akzeptierte, aber unrealistische Modell ändern soll? (Anmerkung: Es ist unklar, ob es nicht für die entsprechende Situation Richtlinien gibt („state of the art“), denn die Situation scheint nicht so außergewöhnlich zu sein.) Das andere Extremmodell beinhaltet die vollständige Querpropagation, aber dies erscheint auch unrealistisch. Benötigt würde eigentlich ein „Zwischenmodell“ mit gemäß der Entfernung sich abschwächender Querpropagation. Für die Entwicklung eines solchen Zwischenmodells fehlt aber das Verständnis der wirklichen Propagation („understanding the phenomenon“). Dazu nützt auch die ganze Rechenpower von Excel nichts. (Anmerkung: Zur Entwicklung eines solchen Zwischenmodells kommt es offenbar nicht; dies wäre wohl auch eher eine Forschungs- oder Vorentwicklungsarbeit, die zudem durch Versuche abgesichert werden müsste.) Wichtig ist generell die Absicherung durch existierende akzeptierte Modelle oder Richtlinien als Rechtfertigung gegenüber dem Kunden oder bei späteren Problemen.

Der beobachtete Jungingenieur hatte Schwierigkeiten, bei seinen Veränderungsbemühungen den Überblick zu behalten. Er hat zum einen in der bisherigen „Theorie“ zusätzliche

Verstärkungen angebracht, zum anderen aber auch die Theorie (Einbeziehung der Querpropagation) verändert und kommt dabei leicht durcheinander. Außerdem muss er aufpassen, dass seine Zusatzannahmen alle konsistent sind. Ferner ist zu beachten, dass in **beiden** Extremmodellen die vereinfachenden Annahmen dazu führen, dass die Belastungen für gewisse Wände zu gering bestimmt sind. Der erfahrene Ingenieur betrachtet die Beurteilung als Ermessenssache („judgment call“), die auf Erfahrung mit ähnlichen Strukturen beruht. Letztendlich landen beide aber wieder bei dem ursprünglichen, allgemein akzeptierten Modell (obwohl auch dies wie o.a. Schwächen aufweist), da es zu rechtfertigen ist.

Insgesamt lässt sich feststellen, dass eine Vielzahl von mathematischen Modellen und Methoden genutzt wird. Angemessene Modellierung ist eine große Herausforderung und ein Zeichen von Professionalität. Alle vier Arten (auch die Erstellung) von Modellen waren zu beobachten. Modelle sind immer nur Annäherungen an die nicht vollständig greifbare Realität und als solche sind sie in der Ingenieurgemeinschaft bezüglich ihrer Adäquatheit und Akzeptanz auszuhandeln.

Der in der pädagogischen Literatur angegebene Modellierungszyklus reflektiert nur ungenügend das Problem, dass gewisse Realität nicht greifbar ist und die Modelle ausgehandelt werden müssen. Ingenieure sollen sich an die existierenden Regeln und Vorgehensweisen halten und keine neuen eigenen entwerfen. Geht es um Konstruktion von neuen Objekten, so greift der Modellierungszyklus zu kurz, der sich im Wesentlichen mit der Analyse einer bestehenden Situation beschäftigt. Mathematik spielt eine wesentliche Rolle als Sprache für die Theorien und Analysen, als Tool für die Bewertung analytischer Resultate sowie für Darstellung und Kommunikation. Aber mathematische Begründung ist nicht hinreichend für die Akzeptanz, die nur durch entsprechende Anwendungsdeutung erreichbar ist. Eine reine Mathematisierung und dortige erschöpfende Behandlung wie in Schulmodellierungsaufgaben spiegelt die Realität nicht wieder. Hier ergibt sich also dasselbe Resultat wie bei Bissell und Dillon.

In (Gainsburg 2007a) wird auch noch untersucht, wie sich im Zuge der Arbeit bei den beteiligten Ingenieuren Expertise aufbaut. Ihre Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen: Die wesentliche Aufgabe besteht aus dem Finden oder Entwickeln eines geeigneten Modells für ein komplexes System, in dem man Designentscheidungen finden (berechnen) und gegenüber anderen begründen kann. Das Modell und das Modellverständnis sind die Komponenten des Wissens, die in anderen Situationen wieder verwendbar sind und damit dem Aufbau der Expertise dienen. Die Problemlösung folgt nicht einem klar vorgegebenen Pfad. Vielmehr werden verschiedene Modelle, Methoden und Theorien getestet und revidiert. Mehrere Revisionszyklen sind erforderlich. Neben dem mathematischen Modell spielen auch viele andere Randbedingungen eine Rolle.

Die Ingenieure haben sich bewusst mit den Modellen beschäftigt, um diese besser zu verstehen und somit hilfreiches Wissen für die Zukunft zu erlangen. Sie lernen anhand praktischer Probleme. Man kann kaum sagen, dass die Ingenieure die generellen mathematischen Grundlagen bei ihren Problemen besser verstanden haben. Die Lernprozesse sind eher situationsspezifisch oder „lokalisiert“. Die Ingenieure sehen, wie existierende Modelle auf neue Situationen angewendet werden können und neue Modelle auf spezielle Situationen. Versteht man die Berechnungsgrundlage eines Programms besser, so kann man auch in Zukunft die von diesem gelieferten Resultate besser beurteilen.

In (Gainsburg 2007b) werden dieselben Beobachtungen und Unterlagen dazu genutzt, die Rolle der Mathematik im Gesamtprozess und die entsprechende Einstellung der Ingenieure zur Mathematik („mathematical disposition“) zu ergründen. Ziel ist es, eine realistische, „produktive Einstellung“ zu identifizieren, die dann auch als Vorbild für die Vermittlung der Einstellung bei Schülern dienen kann. Dies ist natürlich auch für die zu entwickelnde Einstellung von Ingenieurstudenten zur Mathematik höchst relevant.

Die in der Praxis beobachteten Probleme ergaben sich zum einen als unerwartete Schwierigkeiten bei eigentlichen Routineoperationen, verursacht durch Technologie oder menschliche Fehler. Zum anderen und häufiger lagen sie aber darin begründet, dass die Gebäude so einzigartig waren, dass die üblichen Prozeduren nicht ausreichten, sondern geeignet adaptiert werden mussten. Die Bearbeiter hatten mit zahlreichen Beschränkungen umzugehen: Gesetze der Physik, Baurichtlinien, Software, Verfügbarkeit von Materialien, Kosten, Zeit, Gebundenheit an Architektenentwurf, Grenzen der Tools, Methoden und Theorien, die zur Verfügung standen. Dies führte aber nicht zu einer einzig möglichen Lösung. Das Vorgehen war iterativer Natur, die Probleme wurden immer wieder erneut mit unterschiedlichen Eingangsgrößen bearbeitet. Ein Hauptproblem bestand auch darin, dass die Gebäude nicht bereits zur Verfügung standen bzw. unzugänglich waren. Die Ingenieure machen zu Beginn grobe Annahmen, um überhaupt anfangen zu können, und durchlaufen dann verschiedene Design- und Analyseschritte bis hin zur endgültigen Lösung. Ingenieure halten sich an die Regeln der Industrie und erfinden nicht ihre eigenen. Viele Anfangsannahmen (Vereinfachungen, Umgebungsannahmen (im Maschinenbau vielleicht Lastfälle)) waren nicht durch Regeln festgelegt, sodass das Finden und die Rechtfertigung wesentliche Herausforderungen waren. Der Nachweis der Funktionserfüllung war dann in der Regel mathematisch einfach, wobei man nur die bekannten Berechnungsschritte durchzuführen brauchte (manuell oder per Programm). Aber dies reicht zur Rechtfertigung nicht aus; weitere Kriterien sind Durchführbarkeit, Verfügbarkeit der Materialien, Arbeitskapazität, Budget und Zeit und letztlich etwas vager: dass die Lösung „Sinn macht“ und der Ingenieur ein „gutes Gefühl“ dabei hat. Als wesentlichen Punkt macht Gainsburg bei der Arbeit das ingenieurmäßige Einschätzungsvermögen oder Urteilsvermögen („engineering judgment“) aus.

Als Komponenten dieses Einschätzungsvermögens sieht sie folgende:

- Feststellung, wann eine Berechnung oder Abschätzung gut oder präzise genug ist;
- Treffen von Annahmen und Vereinfachungen als Basis mathematischer Modelle
- Ggf. „Überstimmen“ von mathematisch berechneten Resultaten
- Angemessene Nutzung von technologischen Tools bestimmen
- Auswahl von qualitativen Faktoren und Anwendungsbedingungen für die Bestimmung der zu nutzenden Formeln
- Ggf. „Überstimmung“ offizieller Baurichtlinien
- Diskretisierung (Gruppierung von Elementen, um die Anzahl der zu designenden Typen zu reduzieren)
- Feststellung, welche Elemente oder Bedingungen typisch für die Struktur waren (hier ist dem Verfasser die Bedeutung nicht klar).

Am Ende wurde immer neben aller Berechnung entscheidend berücksichtigt, ob das Einschätzungsvermögen eine Analyse oder ein Design als vernünftig erscheinen ließ.

Wie werden nun solche Einschätzungen gemacht? Häufig spielt persönliche Erfahrung eine große Rolle (aus früheren Projekten oder aus der Anschauung gewisser Elemente mit Fehlverhalten). Manchmal spielt auch „soziales Wissen“ (hier vielleicht besser: Vertrauen) eine Rolle, wenn aus früheren Erfahrungen sich eine Informationsquelle als vertrauenswürdig erwiesen hat.

Zusammenfassend beschreibt Gainsburg die mathematischen Disposition als „skeptikal reverence“ (skeptische Verehrung): Bei der Problemlösung spielen viele Faktoren eine Rolle: Ingenieurtheorie; physische Erfahrung; Erfahrung aus vergangenen Projekten; soziales Wissen (s.o.: Vertrauen); präzise oder approximative mathematische Methoden, per Hand oder Technologie. Der Begriff des Einschätzungsvermögens (engineering judgment) bezeichnet den Prozess der Priorisierung und Selektion der Ressourcen und bestimmt die Praxis der Ingenieurarbeit (eher als Mathematik). Das übergreifende Ziel von Ingenieurarbeit besteht im Erreichen eines akzeptablen Designs, wobei die Akzeptanz auch durch viele nicht-mathematische Kriterien bestimmt wird. Mathematik in Form von Berechnungen und

Theorien ist wichtig, genügt aber nicht; die Theorien müssen immer nach ihrer Einsetzbarkeit beurteilt werden. Deshalb ist die Sichtweise der Ingenieure gegenüber der Mathematik eher eine der skeptischen Verehrung: Sie wird als mächtiges und notwendiges Tool gesehen, das aber beurteilend und skeptisch eingesetzt werden muss. Mathematik ist die Pflichtsprache für Design und Analyse und mathematischer Nachweis der Industriestandard für die letztendliche Rechtfertigung der Funktionalität. Aber es ist auch zu unterscheiden (wie in der mathematischen Forschung auch) zwischen dem Entwicklungsprozess und der letztendlichen Präsentation und Rechtfertigung gegenüber dem Kunden, bei der alles als gradliniger und zwangsläufiger Entwicklungsprozess dargestellt wird.

Wenn Ingenieure direkt gefragt werden, sehen sie Mathematik im Wesentlichen als Tool an, als notwendiges, aber nicht ausreichendes. Zusätzlich kompliziert wird die Disposition noch dadurch, dass approximative Methoden gar nicht als mathematische wahrgenommen werden. Es wird aber auch gesehen, dass späteres tieferes Verständnis, das das Einschätzungsvermögen ausmacht, auf einem anfänglichen mathematischen Verständnis einfacher Balken beruht (also dem mathematischen Verständnis einfacher Überschlagsmodelle!).

Die Disposition der skeptischen Verehrung könnte auch eine produktive Einstellung für Schüler sein, die an Schulen vermittelt werden sollte. Mathematik sollte nicht unwichtig gemacht werden, aber es sollte ein realistischeres Bild von der Rolle der Mathematik im Alltag vermittelt werden. Mathematik im Alltag sollte erfahren werden als Treffen von Entscheidungen zum Einsetzen von Mathematik bezüglich der Fragen wie, wann und wann nicht. Um dies kennen zu lernen, sollten Schüler an realen Problemen arbeiten und dabei Mathematik einsetzen und den Nutzen und die Grenzen sehen. Dabei ist die Authentizität nicht so wesentlich, denn wirklich authentische Probleme würden die Schüler häufig überfordern. Es sollten auch gerade die Differenzen zwischen realer Situation und mathematischer Modellierung problematisiert werden, sodass Angemessenheitsaspekte zum Thema werden (wie dies auch im Alltag der Ingenieure auftaucht). Man könnte andererseits auch existierende Problemlösungen zum Thema machen und untersuchen (so wie im Sprachunterricht Klassiker analysiert werden). Dies müsste natürlich entsprechend aufbereitet werden.

Die Untersuchungen von Cardella

Ziel der Untersuchungen von Cardella ist es, das mathematische Verhalten („behaviour“) von Ingenieurstudenten bei der Arbeit an Designprojekten zu erfassen und zu charakterisieren. Dazu hat sie die Arbeit von fünf Wirtschaftsingenieurstudenten (kurz: W-Studenten) bezüglich der Nutzung von Mathematik im „Capstone“-Projekt (großes anwendungsorientiertes Abschlussprojekt) näher betrachtet, bei dem es um „Design“ geht. Ferner hat sie zur Kontrolle noch Interviews mit vier weiteren Ingenieursstudenten unterschiedlicher Richtungen (Chemieingenieurwesen, Werkstoffwissenschaften, Luftfahrt- und Raumfahrttechnik) geführt. Bei der Untersuchung des Auftretens mathematischen Denkens bei der Designarbeit werden die fünf von A. Schoenfeld in (Schoenfeld 1992) identifizierten Kategorien genutzt: mathematische Wissensbasis; Problemlösungsstrategien und Heuristiken; effektive Nutzung der Ressourcen; mathematische Haltungen und Überzeugungen; mathematische Praktiken.

Methodisch handelt es sich wie bei Gainsburg um „ethnographische“ Forschung, also um einen qualitativen Forschungsansatz. Sie hat ein Team von fünf W-Studenten während des neunmonatigen Projekts beobachtet. Beobachtungsnotizen und Aufnahmen, Kopien der Team-Dokumente, Interviews mit einigen Teammitgliedern sowie Interviews mit den vier anderen Ingenieursstudenten zu deren Nutzung von Mathematik liegen der Analyse zugrunde. Die Wahl der W-Studenten lag darin begründet, dass Cardella selbst aus diesem Bereich kommt und damit die Thematik und die studentischen Aktivitäten gut verstehen.

Die Beobachtungs- und Interviewnotizen wurden nach den qualitativen Methoden von Strauss und Corbin segmentiert, kodiert und letztendlich in einzelne Themenbereiche gruppiert, die dann auf Schoenfelds Kategorien abgebildet wurden.

Cardella hat in (Cardella/Atman 2005a) bezüglich der Kategorien folgende mathematische Verhaltensweisen festgestellt:

Mathematisches Wissen: Es handelt sich um eher basismäßiges Wissen, keine fortgeschrittenen Gebiete. Untersucht wird, welches Wissen die Studenten haben, welches sie nutzen können und ob sie es korrekt nutzen können (wie dies genau geschieht und wie umfangreich das Wissen ist, wird aber nicht klar).

Problemlösungsstrategien: Zwei Strategien wurden beobachtet: „guess and verify“ (Vermute und verifiziere, d.h. Aufstellen und Bestätigen von Hypothesen) sowie die Zerlegung eines größeren Problems in kleinere und das schrittweise Vorgehen. Interviewte Studenten behaupteten, dass sie diese Strategien in der Mathematikausbildung gelernt haben (aber ob dies wirklich stimmt, ist nicht klar).

Effektive Nutzung von Ressourcen: Dies beinhaltet: die Nutzung von Tools (Excel, MapPoint), Experten und eigenem mathematischen Wissen (Wann nutzt man was, was kann man von den Ressourcen erwarten?); die Planung und Kontrolle (planning and monitoring) des Bearbeitungsprozesses und der Ressourcennutzung. „Analytisches Denken“ wurde von einer Teilnehmerin als etwas in der Mathematikausbildung gelerntes identifiziert. In der Planung spielte auch eine Rolle, wann mathematische Techniken anzuwenden waren.

Mathematische Überzeugungen und Haltungen: Diese beeinflussen, wie und wann mathematisches Wissen angewendet wird. Mathematik wird von den Studenten meist mit inhaltlichem mathematischen Wissen identifiziert. Mathematik wird ferner als „set of tools“ gesehen zur Problemlösung. Manche Studenten haben auch ein breiteres Verständnis von Mathematik als Form der Problemlösung (aber das ist alles sehr vage).

Mathematische Praktiken: Ein Aspekt ist das Vorhandensein einer „mathematischen Perspektive“; die Studenten haben erkannt, wie sie mit mathematischen Methoden bei ihrem Designprojekt weiterkommen; sie haben auch eine Tendenz zur Mathematisierung durch Verwendung mathematischen Vokabulars gezeigt (dies könnte aber auch alles in den Anwendungsfächern vermittelt worden sein, in denen die entsprechenden mathematischen Methoden und Modelle angewendet werden). Als weitere mathematische Praktik wurde die „Bewältigung von Unsicherheiten“ erkannt („coming to grips with uncertainty“). Hierbei werden als Methoden das Sammeln weiterer Informationen und das Abschätzen, um schnell weiter zu kommen, genannt. (Anmerkung des Verfassers: Hier wäre als mathematische Methode eigentlich noch die Fehlerrechnung zu nennen). Dieser Punkt (Umgang mit Unsicherheit) wird in (Cardella/Atman 2005a) noch gesondert betrachtet, weil sich hier auch die größten Probleme ergaben und damit auch Potentiale für die Ausbildungsverbesserung. Eine häufig zu beobachtende Strategie bestand in der Annahme von Schätzwerten (so wird das ja auch im Maschinenbau gemacht, etwa auch bei Lastkollektiven) für die Modellvariablen, sodass man weiterrechnen kann.

Zusammenfassend stellt Cardella fest: Gewisse Strategien wie z.B. die Zerlegung von Problemen haben die Studenten in ihrer Mathematikausbildung gelernt, aber wohl nicht nur dort. Die Integration von Mathematik und Design im Ingenieurwesen ist weiter zu beleuchten und curricular zu unterstützen. Ebenso ist das Spannungsfeld zwischen Unsicherheit und Präzision weiter zu untersuchen. Es stellt sich die Frage, wie man die Studenten beim Umgang mit Unsicherheit besser unterstützen kann. Eventuell sollten mehr stochastische Modelle und Methoden behandelt werden und die Behandlung von Unsicherheit in mathematischen Modellen betrachtet werden (Anmerkung: Vielleicht sollte man auch den Unterschied zwischen Unsicherheiten, die von deterministischen, aber unbekannten Größen herrühren, und solchen, die durch stochastische Abweichungen zustande kommen, behandeln und eventuell auch solche betrachten, die durch Modellungenauigkeiten entstehen. Hier

könnte sich ein Ansatz über die Numerik ergeben, bei der auch Fehler im Modell/Algorithmus, bei den Eingangsdaten und bei den Rechnungen untersucht werden). In folgender Tabelle (aus Cardella/Atman 2005a, p. 353) sind die in den Kategorien aufgetretenen mathematischen „Verhaltensweisen“ noch einmal kompakt aufgeführt:

Aspect	Theme
Knowledge Base	Content knowledge
Problem Solving Strategies	Guess&Verify, Separating into smaller problems
Effective Use of Resources	Resources: Tools and experts Monitoring use of resources: planning and choosing the right approach
Beliefs and Affects	Cultural beliefs: mathematical ability is innate Student beliefs: mathematics is only about content knowledge; mathematics is a tool; mathematics is a form of thinking
Mathematical Practices	Having a mathematical perspective and a mathematical vocabulary; dealing with uncertainty, and estimating

In (Cardella/Atman 2005b) wird dasselbe Material hinsichtlich der Problemlösungsstrategien noch einmal näher untersucht. Polya beschreibt Heuristiken als allgemeine Vorgehensweisen (unabhängig von konkreten Problemen oder Inhalten), die sich aus der Erfahrung von Problemlösern ergeben. Zwei solche Strategien, die sich bei der Beobachtung und Befragung ergeben haben, sind „vermute und verifiziere“ und „Zerlege eine größere Problem in kleinere“. (Diese sind allerdings nicht nur mathematisch!). „Vermute und verifiziere“ beinhaltet das Aufstellen von Arbeitshypothesen oder die Annahme von Werten, die die Weiterarbeit ermöglichen. Nicht klar wird, ob es sich um Modellbildung mit vorläufiger Parametereinsetzung handelt.

Bei der beobachteten Problemtransformation handelt es sich um folgende Formen: Vereinfachung eines Problems; Zerlegung in kleinere Probleme; Umformulierung, sodass es einem bekannten Problem ähnlich ist (Anmerkung: Dies wird häufig auch in der Mechanik gemacht; dort müsste man dies also auch lernen). Das Herunterbrechen in handhabbare Schritte ähnelt auch dem bei Schoenfeld beschriebenen Planungsprozess (effektive Ressourcennutzung).

Weiter war als Strategie zu beobachten, dass Studenten das nutzen wollten, was sie schon kannten („make use of what you already have“). Nach eigenen Angaben haben sie diese Strategie auch in der Mathematikausbildung gelernt.

Generell wird festgestellt, dass die Studenten von den in der Mathematikausbildung gelernten Problemlösungsstrategien profitieren konnten. Es wird allerdings auch die Möglichkeit gesehen, dass Studenten die Strategien auch in anderen Fächern gelernt haben (die Daten beruhen nur auf Angaben der Studenten selbst, nicht auf der Beobachtung der Kurse). Falls Studenten Mathematik eher als Denkweise verstehen würden denn als inhaltliches Gebäude würden sie eventuell den Wert der Mathematik eher sehen, motivierter sein und eher geneigt, mathematisches Denken anzuwenden.

In (Cardella 2006) werden zum Vergleich 50 Ingenieurstudenten bei einer dreistündigen Projektaufgabe (Planung eines Kinderspielplatzes) beobachtet. Es zeigen sich bei den mathematischen Denkprozessen keine großen Unterschiede. In einer größeren Tabelle werden die fünf Schoenfeldschen Kategorien noch weiter detailliert als in den früheren Artikeln.

In (Cardella 2007) wird der Aspekt der mathematischen Modellierung bei der Bearbeitung von Designprojekten näher beleuchtet. Ziel ist es, Studenten besser vermitteln zu können,

welche Rolle die Mathematik bei Ingenieuraufgaben spielt, und damit eine bessere Motivation der Studenten, Kontextualisierung der Mathematik und Festlegung der Lehr-/Lernziele der Mathematikausbildung zu erreichen.

Datenbasis ist zum einen wieder die Untersuchung der fünf W-Studenten beim Capstone-Projekt (Bewertung und Umstrukturierung eines Lieferkettensystems: Untersuchung eines Satellitenzentrums und der möglichen Einsparungen, Untersuchung der Warenverteilung und der Fahrerpläne). Zum anderen wurden vier Maschinenbau-Masterstudenten (kurz: M-Studenten) beim Projekt „Design einer tragbaren Kompressoreinheit für Zahnärzte im ländlichen Raum“ beobachtet. Die Untersuchungsmethoden sind dieselben wie bei den früheren Untersuchungen.

Bei den W-Studenten wurden zahlreiche Modellierungen vorgenommen (Kostenmodellierungen, Modell des Sortierungsprozesses und der Zeittafeln der Ausfahrer mit Modellierung gesetzlicher Beschränkungen). Dabei sind vielfach Größen zu schätzen, um die Modelle mit Daten zu füllen. Angeblich werden auch Simulationen des Sortierprozesses erstellt, was aber nicht näher erläutert wird.

Bei den M-Studenten wurden die wesentlichen Anforderungen (Kosten, Gewicht, Leistung) identifiziert und die Systemkomponenten modelliert. Dazu wird ein physikalischer Prototyp (hier genannt: „experimentelles Modell“) gebaut, an dem die Modelleigenschaften überprüft werden. Es wurden Unterschiede zwischen Modell und Prototypverhalten festgestellt, die sich das Team nicht erklären konnte (nach Kent/Noss 2003: „Breakdown-Situation“). Es wird aber nicht klar, ob die Art der Modellierung oder die Werte für die Modellparameter das Problem begründen. Es wird auch nicht klar, welche Rolle die „Simulation“, also das theoretische Modell spielt. Wird dies genutzt, um zu einer Anfangsauslegung zu kommen, die die Leistungsanforderungen erfüllt? Wie das Modell aufgestellt wird, ist auch nicht klar: Gibt es solch ein Modell in Lehrbüchern als Satz von Gleichungen und/oder Algorithmen? Das Modell wird offenbar in eine Software namens „Engineering Equation Solver“ eingegeben, die dann eine Lösung liefert. Inwiefern ein „Spielen“ mit diesem Modell dazu dient, das Modell besser zu verstehen, bleibt auch nebulös. Welche mathematischen Qualifikationen erforderlich sind, um das theoretische Modell aufzustellen, in EES einzugeben und die Ergebnisse zu interpretieren, wird ebenfalls nicht klar. Unterschiede zwischen Modell und Realität scheinen auch daher zu rühren, dass im Modell falsche Parameter genutzt werden (z.B. falsche Kolbenabmessungen).

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass bei beiden Gruppen mit vielen Modellen gearbeitet wird, die aber nicht genauer spezifiziert werden. Während die W-Studenten nur in theoretischen Modellen arbeiteten, hatten die M-Studenten auch einen realen Prototypen. Dafür hatten die W-Studenten die Erfahrungen der Firma, die am Projekt mitgearbeitet hat. Die M-Studenten haben den Prototypen genutzt, um das System besser zu verstehen und die Genauigkeit des theoretischen Modells zu checken. Die W-Studenten haben beim Aufstellen von Fahrplänen auch einen nicht-mathematischen Ansatz verfolgt, indem sie einen Anfangsansatz aufgestellt haben und diesen dann mehr intuitiv weiter entwickelt haben (ob ein mathematischer Optimierungsansatz besser gewesen, bleibt unklar). Ein immer wieder auftauchendes Problem bestand im Fehlen von genauen Daten bei den W-Studenten. Schätzungen halfen, trotzdem weiter arbeiten zu können. Von einer mathematischen Perspektive aus ist das Modell durchaus präzise, wenn man mit symbolischen Variablen arbeitet, deren konkrete Werte aber nicht vorhanden sind. Bei den M-Studenten stellte sich die Frage, welche Quelle (das theoretische Modell oder der Prototyp) präzisere Resultate lieferte. Wie bei Gainsburg zeigt sich die zentrale Rolle der mathematischen Modellierung (was das genau bedeutet, bleibt aber unklar). Die Teams hatten ein Verständnis dafür, wie ihnen mathematische Modellierung bei der Projektbearbeitung helfen könnte, hatten aber auch Alternativen (intuitives Abändern eines Anfangsentwurfs bzw. Nutzung eines Prototyps) im Auge. Beide Teams hatten Probleme mit der unsicheren Datenbasis, wie sie bei realen

Aufgabenstellungen üblich ist. Dies zeigt, dass die Konfrontation der Studenten mit authentischen Aufgaben dazu dienen kann, sie mit diesem praktischen Problem und möglichen Reaktionen vertrauter zu machen.

Abschließend sei noch auf den Bezug dieser Forschungsarbeiten zur eigenen Untersuchung eingegangen. Das Vorgehen ist durchaus ähnlich, da das mathematische Verhalten von Studenten bei der Bearbeitung einer praktischen Aufgabe in den Blick genommen wird. Die Untersuchung von Cardella bezieht sich im Wesentlichen auf Wirtschaftsingenieure, da sie deren Arbeit am besten beurteilen kann, während beim Projekt des Verfassers Maschinenbau-Ingenieure betrachtet werden. Es ist auch die Absicht des Verfassers, sehr genau das mathematische Vorgehen und auch noch zusätzliche Potentiale einer mathematischen Herangehensweise zu ergründen, was natürlich eine sehr intensive Befassung mit der zugrunde liegenden maschinenbaulichen Thematik erfordert.

Die bei der Forschungsarbeit von Cardella verwendeten Schoenfeld'schen Kategorien finden sich auch in den Untersuchungsfragen des Verfassers wieder. Das beobachtbare inhaltliche Wissen wird in der ersten Untersuchungsfrage thematisiert. Dort wird auch auf die Modellbildung oder –nutzung eingegangen. Die Problemlösungsstrategien werden genauer bei der Betrachtung von Problemsituationen („Breakdown“) in den Blick genommen. Die Ressourcennutzung steht auch beim Verfasser im Mittelpunkt, wenn es um die Rolle und Nutzung von Tools und die Befragung von Experten geht. Als weitere Ressourcen werden Richtlinien oder sonstige Informationsquellen betrachtet. Die Einstellungen der studentischen Aufgabenbearbeiter („beliefs and affects“) wurden in Interviews abgefragt. Was schließlich die mathematischen Praktiken anlangt, so spielen diese bei der Frage nach dem Zusammenspiel von Intuition, Überslagsrechnung und genauer mathematischer Modellierung und bei der Frage nach Effizienzsteigerung durch Mathematisierung eine große Rolle. Ferner wird dies auch beim zielgerichteten Experimentieren genauer betrachtet. Insgesamt lässt sich also feststellen, dass die Kategorien auch im eigenen Ansatz zumindest implizit Berücksichtigung finden.

2. Aufgabenstellung

Die genaue Aufgabenstellung ist im Anhang abgedruckt. Es handelt sich um eine „typische“ Auslegungsaufgabe für Maschinenelemente. Die Elemente sind in diesem Fall die Zahnräder, die Wellen und die Lager, die in vielen Konfigurationen vorkommen. Vorgegeben ist eine Antriebsleistung und –drehzahl, die auf eine gewünschte Abtriebsdrehzahl herunter zu transformieren ist. Auf Antriebs- und Abtriebswelle sind Zahnräder befestigt, die aufeinander kämmen, wodurch die Drehbewegung an der Abtriebswelle bewirkt wird. Die Wellen sind beidseitig gelagert. Als grobe geometrische Vorgabe ist der ungefähre Wellenabstand ebenfalls genannt. Ferner soll die Lagerung eine gewisse Mindestzeit halten. Um die Aufgabe in den zur Verfügung stehenden 100 Stunden bewältigen zu können, brauchen die Studenten sich nicht mit Schmierungs- oder Kupplungsfragen (z.B. Ankupplung des Antriebsmotors) oder mit der Erstellung von Fertigungsunterlagen zu beschäftigen. Die wesentliche Auslegung besteht in der Auswahl geeigneter geometrischer Abmaße (Wellendurchmesser, Wellenabsätze, Zähnezahl, Zahngeometrie), geeigneter Werkstoffe und angemessener Lagerarten.

Die Auslegung erfolgt so, dass die Maschinenelemente im Betrieb unter den gegebenen Belastungen sicher halten. Dafür gibt es zum einen Auslegungsverfahren, die in Büchern wie dem Standardwerk von Roloff/Matek oder in DIN-Normen beschrieben sind, zum anderen kann man zur Berechnung auch Programme wie MDesign® oder Bearinx® verwenden. Sowohl die schriftlichen Unterlagen als auch die Programme finden nach Angaben des beteiligten Anwendungskollegen und der Studenten in der Praxis Verwendung. Die Aufgabe ist nicht eine Aufgabe für einen Berechnungsspezialisten, der eher einen universitären

theoretischen Hintergrund hat, sondern durchaus von einem FH-Absolventen in der Praxis anzutreffen.

3. Untersuchungsergebnisse

Im Folgenden werden zunächst die beiden beteiligten Studenten hinsichtlich ihrer Bildungsherkunft, Erfahrungen und aufgabenrelevanten Tätigkeiten im bisherigen Studienverlauf beschrieben. Der darauf folgende Abschnitt befasst sich mit der grundsätzlichen Vorgehensweise der Studenten bei der Arbeit, den dabei gebildeten oder zugrunde liegenden Modellen und Modellvorstellungen und den Ergebnissen, aber auch den Irrwegen. Der letzte Abschnitt untersucht die Arbeit der Studenten bezüglich der im ersten Bericht dargelegten Untersuchungsfragen, widmet sich also den erforderlichen mathematischen Qualifikationen bei der tatsächlichen oder einer effizienteren Bearbeitung der Aufgabe.

3.1 Beschreibung der Studenten

Beide Studenten befanden sich im Zeitraum der Bearbeitung der Aufgabe im 8. und damit letzten Semester. Sie hatten die Vorlesungen und Prüfungen beendet und noch Zeit bis zum Beginn der Diplomarbeit. Beide Studenten (im Folgenden A und B genannt) hatten mit dem Verständnis der Aufgabe keine Probleme und haben nur einmal während der Bearbeitung den beteiligten Anwendungskollegen kontaktiert, um zu überprüfen, ob ihr Verständnis richtig war. Bei offenen Vorgaben haben sie sich selbst entsprechende Randbedingungen zurecht gelegt.

Student A hat die Realschule und das Technische Gymnasium besucht und damit schulisch sowohl in praktischer als auch in theoretischer Hinsicht eine gute Grundlage. Praktische Anschauung hat er bei Ferienjobs in der Montage gewonnen. Im zweiten Praxissemester hat er Vorrichtungen für die Montage konstruiert. Zur Festigkeitsberechnung hat er dabei nur vereinfachte Formeln aus einem Tabellenbuch benutzt. Student A hat Erfahrung mit dem Programm MDesign® im dritten Semester im Rahmen der Übungen zur Vorlesung Maschinenelemente II gesammelt. Dort wurden bereits Zahnradgeometrie und –festigkeit berechnet. Seitdem hat er das Programm nicht wieder verwendet. Bezüglich der subjektiven Einschätzung der Mathematiknutzung bei der Aufgabe sah er eine eher geringe Nutzung, da nur einige Formeln umzustellen waren, aber „keine größeren mathematischen Aufgaben“ anlagen. Als Nutzen der Mathematikausbildung betrachtete er den leichteren Umgang mit Formeln und die Bildung einer „Vorstellung, was dann herauskommt“ (Größenordnung). Hier lässt sich wiederum schwerlich zwischen Schul- und Hochschulausbildung trennen.

Student B hat zunächst ein allgemeinbildendes Gymnasium besucht und dann ans technische Gymnasium gewechselt. Das erste und zweite Praxissemester hat er bei einer Hydraulikfirma absolviert. Dort hat er im zweiten Semester Schraubenauslegungen nach firmeninternen Berechnungsverfahren vorgenommen, die auf den entsprechenden VDI-Richtlinien bzw. DIN-Normen beruhten. Die Berechnungsformeln wurden zwecks schneller Variation mit MathCad® ausgewertet. Mit MDesign® hat Student B in der Veranstaltung Maschinenelemente dieselben Erfahrungen gemacht wie Student A. Er hat es später aber auch noch in den Konstruktionsveranstaltungen genutzt. Auch Student B hat nur eine geringe Mathematiknutzung bei der Bearbeitung der Aufgabenstellung gesehen. Er hat allerdings prägnant formuliert: „Man darf keine Angst vor Formeln haben“. Die Mathematikausbildung der Hochschule hat er als nicht erforderlich für die Aufgabe angesehen.

3.2 Vorgehensweise, Ergebnisse und Probleme

Die Aufgabenstellung ist eine mögliche Variante bei der Erstellung eines Getriebes zum Heruntertransformieren der Drehzahl. Man könnte auch das erforderliche Abtriebsmoment vorgeben oder den Achsabstand oder die Einstufigkeit offen lassen. In der Regel würde solch eine Arbeit von einem Spezialisten in der Firma erledigt oder, falls keine Erfahrung vorhanden ist, nach außen vergeben. Die Situation der Studenten ist vergleichbar mit der eines Jungingenieurs, der unter der Aufsicht eines erfahrenen Ingenieurs die Auslegungsaufgabe übernimmt und auf die Erfahrungswerte dieses Ingenieurs zurückgreifen kann.

Es sind drei Arten von Maschinenelementen bei der Auslegung beteiligt:

- Zahnräder
- Wellen
- Lager.

Zunächst werden die Zahnräder so ausgelegt, dass die Übertragungsanforderung, die Dimensionsanforderung (Achsabstand) und die Festigkeitsanforderungen (s.u.) erfüllt sind. Erst dann sind die Rahmenbedingungen für die Auslegung der Wellen bekannt, so dass diese im zweiten Schritt erfolgt. Mit der Wellengeometrie und der Belastung sind die Rahmenbedingungen für die Lagerauslegung bekannt (Lagerreaktionskräfte, Abmaße), die dann im dritten Schritt vorgenommen wird. Diese Reihenfolge wurde auch von allen Bearbeitern so erkannt und durchgeführt. Die Bearbeiter müssen also bereits eine Vorstellung von den Abhängigkeiten haben, um eine geeignete Auslegungsreihenfolge festzulegen.

Die Vorgehensweise bei den einzelnen Berechnungen ist im Buch von Roloff/Matek (Jahnasch 2007, im Folgenden immer kurz Roloff/Matek genannt) dargelegt, welches seinerseits – neben einigen DIN-Normen – dem Berechnungsprogramm MDesign® zugrunde liegt. Die Studenten haben bei der Aufgabenbearbeitung einige Handrechnungen durchgeführt, die unterschiedlichen Charakter hatten:

- Handrechnungen sind zwingend erforderlich, um einige Inputdaten für MDesign® überhaupt zur Verfügung stellen zu können.
- Handrechnungen wurden durchgeführt, um überhaupt noch einmal zu verstehen, wie die Berechnung erfolgt, also auch wie MDesign® zu den Ergebnissen kommt, denn MDesign® bietet dazu außer der Angabe der zugrunde liegenden Vorschrift (DIN oder Roloff/Matek) keine Angaben.
- Handrechnungen wurden durchgeführt, um die Ergebnisse von MDesign® zu überprüfen, wobei es weniger um die Berechnung durch MDesign®, sondern eher um Fehler bei den umfangreichen Eingaben geht.

Im Folgenden wird jeweils dargelegt, welche Handrechnungen erfolgten und welchen Charakter diese hatten.

Nach Auskunft des Anwendungskollegen hätte der erfahrene Ingenieur das Rechenschema im Wesentlichen im Kopf; der Jungingenieur könnte durchaus zum Buch von Roloff/Matek greifen, um sich die Zusammenhänge noch einmal klar zu machen. Der erfahrene Ingenieur würde, falls ihm die Ergebnisse des Programms merkwürdig vorkämen, zumindest in einem groben Modell noch einmal eine Nachrechnung per Hand vornehmen.

Schritt 1: Zahnradauslegung

a) Geometriefestlegung

Genutzt wurden Evolventenverzahnungen, da diese leicht herstellbar sind und fast immer im Maschinenbau verwendet werden.

Die Vorgehensweise bei der Entwurfsberechnung ist in Kapitel 21.4 von Roloff/Matek beschrieben, wobei nicht immer alle Schritte konsekutiv auszuführen sind. Gegeben sind die Drehzahlen und damit die Übersetzung von 2,5, wobei die Abtriebsdrehzahl nicht exakt einzuhalten ist. Ferner ist der Achsabstand (ebenfalls näherungsweise) gegeben.

- Zunächst wird die Ritzelzähnezahl nach gewissen Anwendungskriterien bereichsmäßig festgelegt, wobei die Kriterien im Tabellenbuch von Roloff/Matek beschrieben sind.
- Dann ist die Zahnbreite nach gewissen (sehr groben) Empfehlungen entwurfsmäßig zu bestimmen. Dies wurde aber von den Studenten erst später gemacht, da der Wert in den nächsten Schritten nicht unmittelbar benötigt wird. Student A hat hier nach „optischem Eindruck“ (Verhältnis Achsabstand Zahnbreite) einen Schätzwert von 30mm genommen, während Student B nach der Berechnung in Roloff/Matek (beruhend auf Durchmesser-Breitenverhältnis und Modul-Breitenverhältnis) auf zwei Schätzwerte $\leq 126,5\text{mm}$ und $\sim 67,5\text{mm}$ gekommen ist und sich dann, weil der erste Wert deutlich zu groß schien, die Breiten mit 75mm für das Ritzel und 70mm für das Rad festgelegt. Im weiteren Berechnungsverlauf kann die Zahnbreite – je nach Festigkeitsproblemen – noch geändert werden.
- Dann ist der Schrägungswinkel der Verzahnung festzulegen. Am einfachsten ist die Geradverzahnung (also Schrägungswinkel 0°). Auch hier ist ein Empfehlungsbereich angegeben. Man kann hier zunächst nach dem Prinzip größter anfänglicher Einfachheit mit Geradverzahnung arbeiten und später bei Problemen zur Schrägverzahnung übergehen. Man kann auch auf Grund von Erfahrungen mit ähnlichen Getrieben eine Entscheidung treffen. Student A hat sich für Geradverzahnung entschieden, Student B für Schrägverzahnung mit einem Schrägungswinkel von 12° . Student B meinte aber nach der Berechnung, dass eine Geradverzahnung auch ausgereicht hätte.

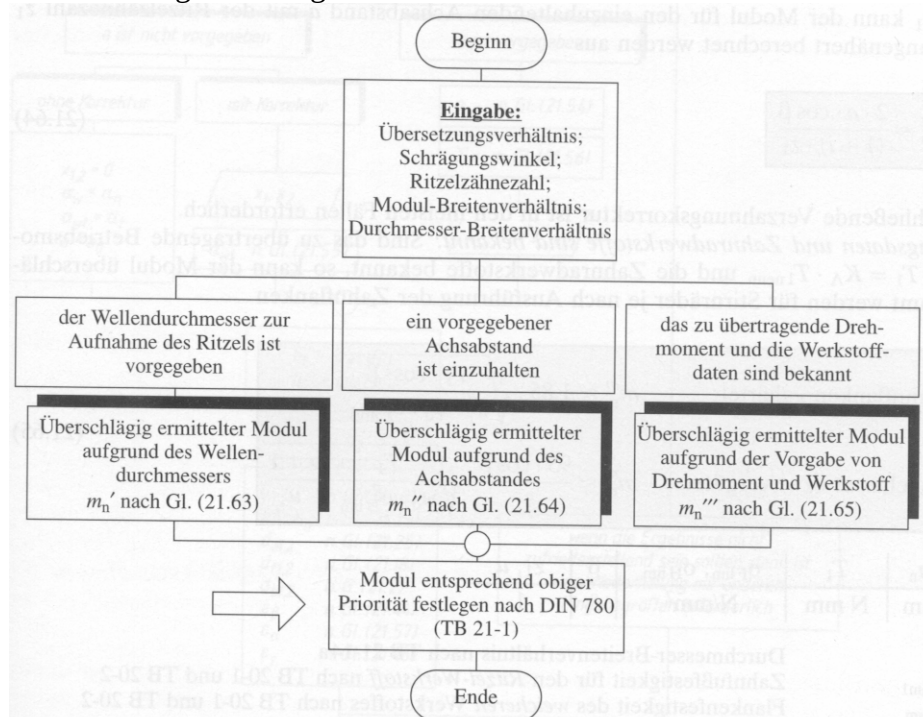


Bild 1: Schema 21.20 aus Roloff/Matek

- Dann wird als zentrale geometrische Größe der so genannte Modul festgelegt. Die Festlegung erfolgt nach dem Schema 21.20 in Roloff/Matek (Bild 1). Dabei wird zunächst überschlagsmäßig gerechnet, letztendlich aber ein genormter Modul aus

einer Tabelle verwendet. Der Modul legt fest, wie groß der Abstand von einer Zahnflanke zur entsprechenden Flanke des nächsten Zahnes ist (Abstand = Modul * π) und muss bei beiden Zahnrädern gleich sein, damit die Wälzkreise (virtuell) aufeinander abrollen.

- Nach der Festlegung des Moduls kann die gesamte Verzahnungsgeometrie nach dem Schema 21.22 in Roloff/Matek (Bild 2) bestimmt werden, womit man auch geometrische Gütemaße wie die Überdeckung erhält.
 - Vorgaben sind: der Modul m_n , die Soll-Übersetzung i , die Ritzelzähnezahl z_1 , der Schrägungswinkel β , der Profilwinkel $\alpha_n=20^\circ$ (Standard), der Achsabstand a (entweder exakt oder in etwa einzuhalten), das Durchmesser-Breitenverhältnis ψ_d und das Modul-Breitenverhältnis ψ_m .
 - Zunächst wird die Zähnezahl des Rades bestimmt. Student B hat dazu eine kleine Möglichkeitentabelle gemacht und so ausgewählt, dass die Zähnezahlen beim Ritzel und beim Rad teilerfremd sind. Das führt natürlich dazu, dass das Übersetzungsverhältnis nicht exakt erreicht wird. Student A hält zwar das Verhältnis exakt ein, hat aber gemeinsame Faktoren bei den Zähnezahlen (30 und 75, also 15 als ggT.). Nach Roloff/Matek und nach Auskunft des Anwendungskollegen sollte man wegen der gleichmäßigen Abnutzung die Forderung nach Teilerfremdheit einhalten.
 - Mit den gegebenen Zähnezahlen und dem Modul werden die Teilkreisdurchmesser und damit der Achsabstand ermittelt, der nun „leicht“ von dem gewünschten Achsabstand abweichen kann. Student A hat es dabei belassen, da ja auch nach Aufgabenstellung der Achsabstand nur ungefähr einzuhalten war. Student B hat zusätzlich die Möglichkeit der Profilverschiebung genutzt. Zwei Zahnräder mit Evolventenverzahnung können noch zueinander oder voneinander weg verschoben werden, ohne dass das so genannte Verzahnungsgesetz, das den Ablauf und die Gleichförmigkeit der Übersetzung garantiert, verletzt wird. Man kann beide Räder positiv oder negativ verschieben. Mit einer Formel wird die Summe für diese Verschiebungen berechnet, so dass ein gewisser Achsabstand eingehalten wird. Die Aufteilung der Summe auf die beiden Räder ist dann willkürlich, wobei es auch Empfehlungen gibt.

Für die automatische Geometrieberechnung liegt in MDesign® das Berechnungsblatt „Geometrie Stirnräder“ vor. Anhang 3 zeigt die numerischen Input- und Ergebnisgrößen. Daneben wird noch graphischer Output (Diagramm zum spezifischen Gleiten; Bilder der Zähne und Zahnräder) zur Kontrolle angeboten. Um das Blatt zu verwenden, ist zunächst im ersten Eingabeblock der Profilwinkel anzugeben, der standardmäßig mit 20° gewählt wird. Dann kommen einige Parameter wie „Zahnkopfhöhenfaktor“, deren Bedeutung den Studenten nicht ganz klar war. Sie haben die Hilfe von MDesign® genutzt und dort versucht, eine Angabe gemäß der vorliegenden Anwendungssituation zu finden. Student B hat auch betont, dass er zunächst einmal schnell ein erstes Ergebnis haben wollte. Schließlich ist noch der Schrägungswinkel bei Schrägverzahnung anzugeben. Die Eingabeparameter des zweiten Blocks waren klarer, da wie oben angegeben die Zähnezahlen, der Modul, die Zahnbreiten sowie der Achsabstand einzugeben waren. Hat man auch die Profilverschiebung per Hand ausgerechnet und auf beide Räder verteilt, so kann man diese Werte ebenfalls eingeben. Anderenfalls berechnet MDesign® die notwendige Profilverschiebungssumme und macht einen Vorschlag für deren Aufteilung. Hat man die einzelnen Profilverschiebungen angegeben und die Summe stimmt nicht mit der erforderlichen (zur Erreichung des Achsabstands) überein, so erhält man eine Fehlermeldung.

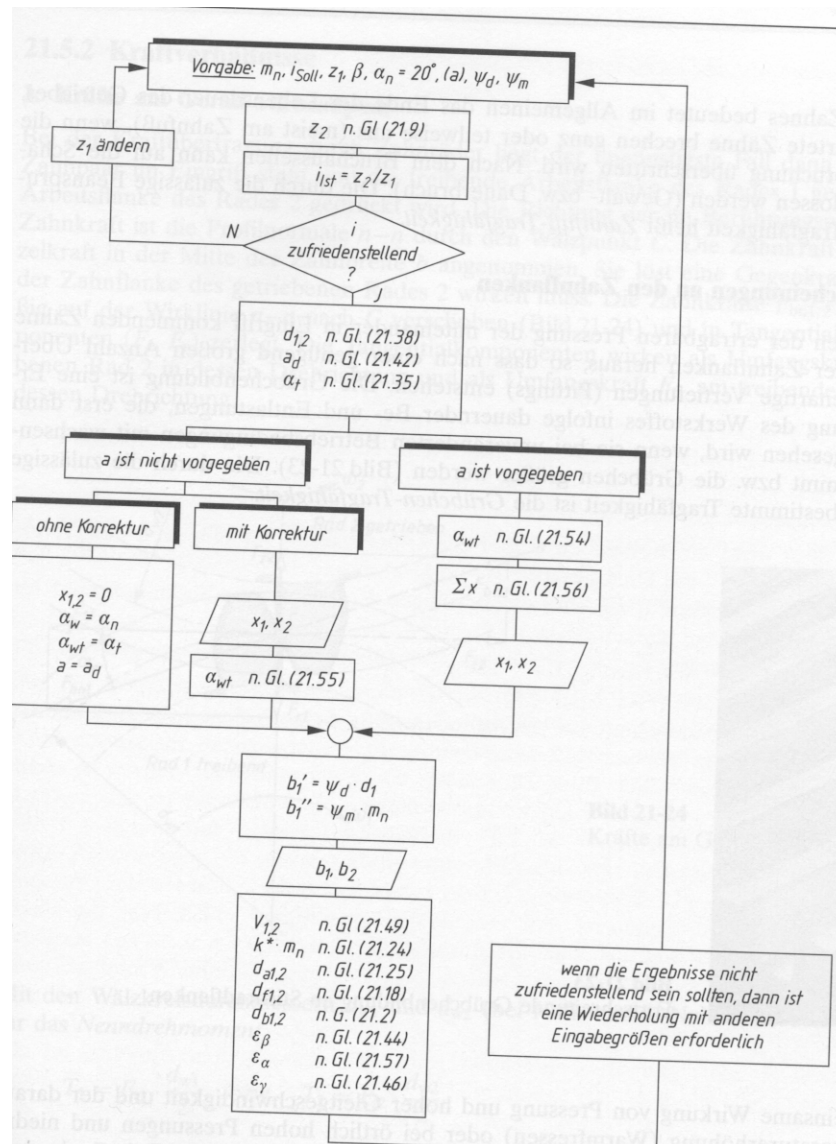


Bild 2: Schema 21.22 aus Roloff/Matek

Modul, Zähnezahlen, Breiten und ggf. die Profilverschiebungsfaktoren mussten zwingend per Hand vorher bestimmt werden. Die Studenten haben zudem einige der von MDesign® berechneten Werte per Hand nachgerechnet aus den oben für die Handrechnung angegebenen Gründen. Bei der einfachen Geradverzahnung ohne Profilverschiebung von Student A ergaben sich dabei keine Differenzen. Bei Student B ergab sich eine leichte Abweichung, die daraus resultierte, dass er in einer Formel den Standardeingriffswinkel von 20° verwendete statt des Stirneingriffswinkels von $20,41^\circ$. Bei der Schrägverzahnung tauchen sehr viele „ähnliche“ Größen in unterschiedlichen Schnitten (Stirnschnitt, Normalschnitt) auf und es ist mühsam und fehleranfällig, bei den Formeln immer den richtigen Wert zu finden (auch wenn hier die Abweichungen nur gering sind). Bei den geometrischen Outputdaten ist zur Qualitätsüberprüfung insbesondere die Profilüberdeckung anzuschauen, die angibt, wie viele Zähne im Mittel gleichzeitig im Eingriff sind (wichtig für Laufgüte). Weitere Ausgabewerte sind für Fertigung interessant, aber nicht für Entwurf. Der graphische Geometrieoutput wird nach Auskunft des Anwendungskollegen praktisch nicht benötigt.

Im Output von MDesign® tauchen auch viele verschiedene Kreisdurchmesser auf (Teilkreis, Wälzkreis, Fußkreis, Kopfkreis). Um diese zu verstehen, muss der Nutzer ein geometrisches Modell haben, in dem diese Kreise auftauchen. Einige dieser Kreise fallen bei Geradverzahnung zusammen.

b) Festigkeitsberechnung

Das Vorgehen ist ebenfalls in Roloff/Matek festgelegt, und zwar in Kapitel 21.5. Es geht insgesamt um drei Schadensarten: Zahnbruch, Ermüdungserscheinungen an den Zahnflanken und Fressen. Da letzteres mit der Schmierung zu tun hat, die von den Bearbeitern aus Zeitgründen nicht betrachtet wurde, werden im Projekt nur die ersten beiden Arten betrachtet.

Die Tauglichkeit wird mit den Begriffen

- Zahnfußtragfähigkeit und
- Flankentragfähigkeit

erfasst. Dazu sind zunächst einmal die aktuell auftretenden Kräfte und resultierenden Spannungen zu berechnen. Diese sind zu vergleichen mit den Grenzspannungen, die gerade noch akzeptabel sind. Der Quotient aus Grenzspannung und aktuell auftretender Spannung liefert dann die so genannte Sicherheit.

Bei der Bestimmung der aktuellen Spannung und der Grenzspannung sind nach den Ausführungen in Roloff/Matek (nach der Norm DIN 3990) zahlreiche „Faktoren“ einzubeziehen, die dann auch mathematisch als Faktoren zur Vergrößerung oder Verringerung der betrachteten Spannung verwendet werden. Für die Zahnfuß- bzw. die Flankentragfähigkeit sind dies (vgl. Roloff/Matek, S.701ff, Abschnitt 21.5.3):

- K_A : „Anwendungsfaktor“: Hier geht die konkrete Verwendung des Getriebes ein (z.B. Stöße, Drehmomentschwankungen, Belastungsspitzen). Anhaltswerte sind im Tabellenbuch zu finden.
- K_v : „Dynamikfaktor“: Dieser erfasst die „inneren dynamischen Zusatzkräfte“, die durch Verformungen und Schwingungen entstehen. K_v setzt sich wiederum aus

weiteren Faktoren zusammen: $K_v = 1 + \left(\frac{K_1}{K_A \cdot (F_t / b)} + K_2 \right) \cdot K_3$. Dabei sind K_1 und K_2

aus dem Tabellenbuch abzulesen und von der Verzahnungsqualitätsstufe und der Art der Verzahnung (gerad oder schräg) abhängig. F_t ist die angreifende Tangentialkraft und b die Zahnbreite. In K_3 gehen Zähnezahzahl, Tangentialgeschwindigkeit und Zähnezahzahlverhältnis ein. Hier wird klar, dass nur der ausgesprochene Spezialist das Zustandekommen dieser Zusammenhänge noch versteht. Dem „normalen“ Anwender wie den bearbeitenden Studenten bleibt nichts anderes übrig, als schematisch durchzurechnen. Das einzig interessante könnte noch sein, wenigstens die Einflussfaktoren und ihre Auswirkungen zu erkennen, um bei Variationen zielgerichtet arbeiten zu können. Hierauf wird weiter unten noch näher eingegangen.

- $K_{H\beta}$ und $K_{F\beta}$: „Breitenfaktoren“, die Einflüsse der ungleichmäßigen Kraftverteilung über die Zahnbreite auf die Flanken- bzw. Zahnfußbeanspruchung modellieren. Hier gibt es zum einen die Möglichkeit, mit Tabellenwerken zu arbeiten, zum anderen sind auch komplexere formelmäßige Zusammenhänge angegeben, in die die Breite b eingeht.
- $K_{F\alpha}$ und $K_{H\alpha}$: „Stirnfaktoren“, die Einflüsse ungleichmäßiger Kraftaufteilung bei mehreren gleichzeitig im Eingriff befindlichen Zahnpaaren auf die Zahnfuß- bzw. Flankenbeanspruchung modellieren. Hier gibt es ebenfalls Tabellenwerte und zudem formelmäßige Zusammenhänge.

Diese Faktoren werden zusammengefasst in Gesamtbelastungseinflussfaktoren:

- Für die Zahnfußtragfähigkeit: $K_{Fges} = K_A \cdot K_v \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta}$
- Für die Flankentragfähigkeit: $K_{Hges} = \sqrt{K_A \cdot K_v \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta}}$ (eine Begründung für die Wurzel fehlt).

Für die Abschätzung der auftretenden Zahnfußspannung sind nach Roloff/Matek (Abschnitt 21.5.4) weitere Faktoren einzubeziehen:

- Y_{Fa} : „Formfaktor“, der die Zahnform berücksichtigt. Dieser ist tabellenmäßig oder formelmäßig zu ermitteln.
- Y_{Sa} : „Spannungskorrekturfaktor“, der die spannungserhöhende Wirkung der Kerbe am Fuß erfasst (tabellenmäßige Ermittlung)
- Y_{ε} : „Überdeckungsfaktor“, der den „Kraftangriff am Zahnkopf auf die maßgebliche Kraftangriffsstelle“ umrechnet (S.705). Dieser ist formelmäßig gegeben.
- Y_{β} : „Schrägenfaktor“, der den Einfluss der Schrägung bei Schrägverzahnung berücksichtigt (tabellenmäßige Ermittlung)

Daraus ergibt sich als „örtliche Zahnfußspannung“ ohne Berücksichtigung der Belastungsfaktoren zunächst:

$$\sigma_{F0} = \frac{F_t}{b \cdot m} \cdot Y_{Fa} \cdot Y_{Sa} \cdot Y_{\varepsilon} \cdot Y_{\beta}$$

Unter Berücksichtigung der Belastungsfaktoren ergibt sich schließlich als Zahnfußspannung:

$$\sigma_F = \sigma_{F0} \cdot K_{Fges},$$

was jeweils für Ritzel und Rad zu ermitteln ist.

Man erkennt, dass es sich bei der aktuell auftretenden Zahnfußspannung um eine sehr komplex gebildete Größe handelt, die zudem durch den Einsatz der Faktoren, die nur näherungsweise berechnet werden oder auf tabellierten Erfahrungswerten beruhen, eine keineswegs genau bestimmbare Größe ist.

In ähnlicher Weise gilt dies für den zulässigen Grenzwert, die „Zahnfußfestigkeit“. Hier spielen neben einem vom Werkstoff abhängigen (und damit bei der Werkstoffauswahl festliegenden) Basiswert σ_{Flim} weitere Faktoren eine Rolle, die tabelliert sind (zur genaueren Bedeutung vgl. Roloff/Matek, S. 705):

- Y_{ST} : „Spannungskorrekturfaktor“
- Y_{NT} : „Lebensdauerfaktor“
- $Y_{\delta relT}$: „relative Stützziffer“
- Y_{RrelT} : „relativer Oberflächenfaktor“
- Y_X : „Größenfaktor“

Mit diesen Faktoren ergibt sich als zulässige Grenzspannung σ_{FG} für den Zahnfuß:

$$\sigma_{FG} = \sigma_{Flim} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT} \cdot Y_{\delta relT} \cdot Y_{RrelT} \cdot Y_X$$

Der Quotient aus zulässiger Grenzspannung und aktueller Zahnfußspannung liefert dann den Sicherheitsfaktor. Was hier mindestens erreicht werden sollte, ist auch ungefähr festgelegt.

Eine ähnliche Situation findet man bei der Flankenpressung. Bezüglich der aktuell auftretenden Flankenpressung spielt zunächst folgender Satz von Faktoren eine Rolle (zur näheren Erläuterung siehe Roloff/Matek, S. 708):

- Z_H : „Zonenfaktor“
- Z_E : „Elastizitätsfaktor“
- Z_{ε} : „Überdeckungsfaktor“
- Z_{β} : „Schrägenfaktor“

Daraus ergibt sich als „örtliche Flankenpressung“ ohne Berücksichtigung der Belastungsfaktoren zunächst:

$$\sigma_{H0} = Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_\beta \cdot \sqrt{\frac{F_t}{b \cdot d_1} \cdot \frac{u+1}{u}},$$

wobei $u=z_2/z_1$ das Zähnezahlverhältnis ist.

Berücksichtigt man die Belastungsfaktoren, so ergibt sich schließlich als auftretende Flankenpressung im Betriebszustand:

$$\sigma_H = \sigma_{H0} \cdot K_{Hges}.$$

Wie bei der maximal zulässigen Zahnfußspannung geht man bei der maximal zulässigen Flankenpressung auch zunächst von einem werkstoffabhängigen Wert σ_{Hlim} aus. Die konkreten Bedingungen der Einsatzsituation werden wiederum in zusätzlichen Faktoren erfasst (Bedeutung siehe Roloff/Matek, S. 708,709), die Tabellen entnommen werden können:

- Z_L : „Schmierstofffaktor“
- Z_v : „Geschwindigkeitsfaktor“
- Z_R : „Rauheitsfaktor“
- Z_{NT} : „Lebensdauerfaktor“
- Z_W : „Werkstoffpaarungsfaktor“
- Z_X : „Größenfaktor“

Damit ergibt sich als zulässige Flankenpressung („Flankentragfähigkeit“):

$$\sigma_{HG} = \sigma_{Hlim} \cdot Z_{NT} \cdot Z_L \cdot Z_v \cdot Z_R \cdot Z_W \cdot Z_X$$

Man erkennt also wiederum die sehr komplexe Größenbildung und die Ungenauigkeit, die in der Faktorwahl liegt. Zu vermerken ist, dass hier mit einem multiplikativen oder prozentualen Modell gearbeitet wird ebenso wie bei der Sicherheit als Quotient von Grenzspannung und aktueller Spannung. Die Faktoren wirken sich also auch als Faktoren auf die Sicherheit aus. Problematisch bei der komplexen Bildung der Spannungen und Spannungsgrenzwerte ist die Auswirkung auf ein zielgerichtetes Variieren, falls geforderte Sicherheiten nicht erreicht oder weit überschritten werden. Darauf wird weiter unten noch eingegangen.

MDesign® bietet zur Festigkeitsberechnung ein Berechnungsblatt namens „Stirnradberechnung – Festigkeit“. Als Eingabedaten (siehe Anhang 4) benötigt MDesign® die Geometrieangaben zum Stützlagerabstand und zum Wellendurchmesser des Ritzels. Zudem werden die Geometriedaten aus dem unter a) betrachteten Berechnungsblatt geladen. Mit der Leistung und der Drehzahl des Ritzels steht die Belastung fest. Ferner müssen noch Angaben für die Schmierung gemacht werden (hier nicht von Belang). Zudem sind die geforderten Sicherheiten sowie die geforderte Lebensdauer anzugeben. Neben weiteren Angaben zur Qualität der Zahnräder (Ritzel und Rad) ist dann noch ganz wesentlich der Werkstoff anzugeben, mit dem die Basiswerte für die Berechnung der zulässigen Spannungen an Zahnfuß und –flanke bestimmt sind. Bei Student A stand in der benutzten MDesign®-Version nur ein Werkstoff zum Anwählen zur Verfügung, während Student B aus mehreren Möglichkeiten einen festeren Werkstoff aussuchte.

Bei der Verwendung von MDesign® kann nur der Anwendungsfaktor K_A vom Benutzer vorgegeben werden. Student A hat hier 1,5 angegeben (gemäß Roloff/Matek, Tabellenbuch, Tabelle TB 3-5, Kombination „mäßige Stöße-mäßige Stöße“), während Student B den Faktor 1 verwendete. Da die Anwendungssituation nicht weiter spezifiziert war, sind beide Wahlen zu rechtfertigen. Die Unterschiede können natürlich dazu führen, dass bei der einen Wahl eine geforderte Sicherheit erreicht wird, bei der anderen aber nicht. Ferner taucht in MDesign® noch ein Faktor K auf, der bei Roloff/Matek nicht vorkommt und der die Wirkung der elastischen Verformung berücksichtigen soll. Diesen haben die Studenten nach der MDesign®-Hilfe spezifiziert (siehe Bild 3), wobei diese allerdings sehr missverständlich ist. Da hier $d_1/d_{sh} > 1,15$ ist, haben die Studenten nur den ersten Satz gelesen und mit

Stützwirkung gerechnet ($K=0,48$). Da das Ritzel aber aufgesteckt ist, sollte nach dem zweiten Satz ohne Stützwirkung gerechnet werden ($K=0,8$). Ein Test hat allerdings ergeben, dass bei der Wahl von 0.8 keine anderen Belastungen und Sicherheiten auftreten. Dies liegt wohl daran, dass bei den Studenten keine Außermittigkeit auftritt ($s=0$). Den Studenten war nicht klar, wie der Faktor eingeht; dies müsste wohl der Norm entnommen werden. Alle anderen Faktoren, die obiger Berechnung zugrunde liegen, werden vom Programm automatisch ermittelt, sei es aus in der Norm angegebenen analytischen Zusammenhängen, sei es aus Tabellen. Sie werden allerdings zur Kontrolle und zum Vergleich mit einer etwaigen Handrechnung auch in der Ergebnisliste aufgeführt.

Faktor K

Der Faktor K dient zusammen mit Stützlagerabstand, Außermittigkeit und Wellendurchmesser des Ritzels zur Berechnung des Einflusses der elastischen Verformung auf die Lastverteilung entlang des Zahnes (Breitenfaktoren). Aus Tabelle 1 sind abhängig von der Anordnung des Ritzels und der Stützwirkung die Faktoren K zu entnehmen.

Mit Stützwirkung ist bei aufgeschnittener Verzahnung zu rechnen, wenn $\frac{d1}{dsh} \geq 1,15$ ist. Keine Stützwirkung ergibt sich für

$\frac{d1}{dsh} < 1,15$ oder bei aufgestecktem Ritzel (Paßfeder, Schrumpfsitz oder ähnliches).

Tabelle 1: Faktor K

s/l	mit -Stützwirkung- ohne		Bild
$< 0,3$	0,48	0,8	<i>a</i>
$< 0,3$	-0,48	- 0,8	<i>b</i>
$< 0,5$	1,33	1,33	<i>c</i>
$< 0,3$	-0,36	-0,6	<i>d</i>
$< 0,3$	-0,6	-1,0	<i>e</i>

Bild 3: Hilfe aus MDesign® zum Faktor K

Die sehr umfangreiche Ergebnisliste enthält im ersten Abschnitt neben diesen Faktoren (nur Belastung) auch die aus den Eingabedaten berechneten Kräfte (Radialkraft, Axialkraft), die später auch für die Wellen- und Lagerauslegung von Bedeutung sind. Außerdem werden die Resonanzdrehzahlen von Ritzel und Rad angegeben. Hier ergaben sich bei allen drei Studenten Werte, die nur knapp (Faktor 0.9) über den Betriebsdrehzahlen liegen. Es erfolgt keine Warnung durch das Programm und die Studenten haben diese Größe nicht beachtet, da sie im Schema nach Roloff/Matek keine Rolle spielt. Nach Auskunft des Anwendungskollegen hat dieser Wert allerdings wirklich keine Bedeutung, da die Resonanz nur für das Gesamtsystem, nicht für einzelne Zähne interessant ist. Dies macht auch verständlich, dass seitens MDesign® nicht einmal eine Warnung erfolgte. Es bleibt aber unklar, warum der Wert überhaupt angegeben wird.

In den weiteren Teillisten werden die aktuellen und zulässigen Spannungen bezüglich Zahnfuß und Flanke berechnet und die entsprechenden Sicherheiten angegeben. Wird dabei ein vorgegebener Sicherheitsfaktor unterschritten, so wird eine entsprechende Warnung ausgegeben. Nach diesen Größen haben Student A und Student B geschaut. Bei Student A ergab sich hier bei seiner Anfangskonfiguration ein Problem, da der geforderte Sicherheitsfaktor bei der Flankenpressung unterschritten wurde. Student A hätte daraufhin eigentlich einen Werkstoffwechsel vornehmen wollen, da dies keine weiteren Geometrieänderungen nach sich zieht. Er hatte aber in der benutzten Version von MDesign® nur einen Werkstoff zur Verfügung. Nach Auskunft des Anwendungskollegen spiegelt dies aber eher die Vorgehensweise eines Studenten als die eines Ingenieurs in der Praxis wider. Student A hat die Zahnbreite als weiteren Parameter betrachtet. Dabei lag nicht der oben angegebene

formelmäßige Zusammenhang zugrunde, sondern die Anschauung, dass bei breiterer Anlagefläche die Flankenpressung pro Flächeneinheit geringer wird. Student A hat die Zahnbreite gleich verdoppelt (von 30 auf 60mm), um „auf der sicheren Seite“ zu sein, und ein erneuter (schneller) Durchlauf hat gezeigt, dass damit das Problem beseitigt war. Wenn er stärker auf die Kosten geachtet hätte, wäre er zunächst von 30mm auf 40mm gegangen. Versucht man, den Einfluss der Zahnbreitenänderung formelmäßig zu erfassen, so stellt sich das Problem, dass die Breite nicht nur explizit in der Formel für die aktuelle Flankenpressung auftaucht, sondern auch in die Berechnung der Belastungsfaktoren einfließt (siehe Roloff/Matek, Formeln 21.73 bis 21.80) und dort auch nicht nur in einer Richtung wirkt. Von daher ist wahrscheinlich ein Ändern und erneutes Berechnen in MDesign® effizienter als eine formelmäßige Erfassung. Ob hier ein formelmäßiges Verständnis mehr bringt als ein durch Nutzung und Ergebnisbetrachtung entwickeltes Verständnis („understanding through use“ bei Kent/Noss), lässt sich schwer sagen. Nach Auskunft des Anwendungskollegen hängt dies auch davon ab, ob man nur grob richtig liegen möchte oder etwa in der Serienproduktion „die letzten 5% herausholen möchte“. In letzterem Fall würde man schon die Formeln genauer untersuchen, um zu erkennen, wo noch Potential enthalten ist.

Student B hat noch große Sicherheitsfaktoren. Auf Nachfrage erklärt er, dass er zunächst die Breite verringern würde wegen der Vorstellung, dass hier ein linearer Zusammenhang besteht. Dies gilt nicht nach der o.a. Formel, aber bei der gerade von ihm durchgeführten Diplomarbeit wird näherungsweise eine Linearisierung vorgenommen. Als zweite Möglichkeit betrachtet er die Veränderung des Moduls. Als dritten Punkt sieht er die Profilverschiebung. Zum Verändern ist die Kenntnis der Zusammenhänge zwingend notwendig.

Die Frage, bei welchen Sicherheiten der Entwurf weiter variiert wird, lässt sich nicht allgemein beantworten. Dies hängt wiederum von der Anwendungssituation ab. Geht es um Sonderfertigungen, so lohnt sich eine weitere Optimierung wahrscheinlich nicht, wenn man die geforderten Sicherheiten grob einhält. Bei Serienfertigung hat man eine andere Kostensituation. Die nicht mit modellierten Kosten bzw. potentiellen Einsparungen spielen hier also die entscheidende Rolle.

Als weiteren Output liefert das Berechnungsprogramm die Positionierung der Auslegung im Wöhler-Diagramm, so dass die Dauerfestigkeit (die aber auch schon in den Ergebnislisten auftaucht) erkannt werden kann. Dies hat nur Student B zum Nachschauen verwendet, wobei er geprüft hat, ob der eingetragene Punkt unter der Dauerfestigkeitslinie liegt.

Bei den Handrechnungen der Studenten ist die von Student B gewählte Schrägverzahnung mit Profilverschiebung mühsamer und fehleranfälliger zu berechnen. Es ergeben sich hier Abweichungen von MDesign®, da am Teilkreis und nicht am Wälzkreis gerechnet wurde (was hier wegen der Profilverschiebung nicht das gleiche ist). Bei der Radialkraft ergibt sich ein Abweichung um ca. 10%, weil nicht der Betriebseingriffswinkel $\alpha_{wt}=18.45^\circ$, sondern der Profilwinkel $\alpha_p=20^\circ$ verwendet wurde. Gerade die Verschrägung und die Profilverschiebung haben neue Sätze von Winkeln zur Folge, die statt der alten zu verwenden sind, was natürlich leicht zu Verwirrungen führt.

Auch die Handberechnung des Belastungsfaktors K_v war bei Student B völlig anders als bei MDesign®: 39,72 statt 1,89 bei MDesign®. Dies hatte nur wegen der Überdimensionierung bzgl. der Zahnfußspannung keine Konsequenzen. Zur Kontrolle wird im folgenden K_v nach Roloff/Matek berechnet. Die zugrunde liegende Formel wurde bereits oben angegeben:

$$K_v = 1 + \left(\frac{K_1}{K_A \cdot (F_t / b)} + K_2 \right) \cdot K_3.$$

Der Faktor K_1 ist nach Roloff/Matek, Tabellenbuch, TB 21-15, bei Schrägverzahnung und Verzahnungsqualität 6 als 8,5 zu wählen. Der Faktor K_2 ist nach derselben Tabelle bei

Schrägverzahnung generell als 0,0087 zu wählen. Für K_A hat Student B den Wert 1 genommen und diesen auch bei den Eingabedaten entsprechend besetzt. Die Tangentialkraft am Wälzkreis F_t ist nach den Ausgabewerten von MDesign® gleich 840,3N. Als Zahnbreite b wurde beim Ritzel 75 mm verwendet. Damit ergibt sich für $F_t/b=11,2\text{N/mm}$. Weil $K_A \cdot F_t/b$ kleiner gleich 100 ist, soll statt des Produkts nach Roloff/Matek (21.73) der Wert 100 eingesetzt werden. Schließlich ist noch der Wert für K_3 zu bestimmen. Nach (21.73) berechnet sich dieser nach der Formel

$$K_3 = 0,01 \cdot z_1 \cdot v_t \cdot \sqrt{\frac{u^2}{1+u^2}},$$

wobei z_1 die Ritzelzähnezahl ist (hier: 25), v_t die Umfangsgeschwindigkeit am Wälzkreis (hier nach Berechnung von MDesign®: 17,85m/s) und u das Zähnezahlverhältnis $z_2/z_1=63/25=2,52$ (auch hier gibt es wieder Einschränkungen für die Gültigkeit der Formel, die aber erfüllt sind). Man erhält nach der Formel den Wert 4,15. Insgesamt ergibt sich für K_v :

$$K_v = 1 + \left(\frac{8,5}{100} + 0,0087 \right) \cdot 4,15 = 1,39.$$

Der Rechenfehler bei Student B bleibt unklar, da er keine Zwischenergebnisse notiert hat. Man sieht aber, dass hier die Handrechnung ausgesprochen fehleranfällig ist. Diese ist bei Programmen nicht mehr gegeben, wenn denn die richtigen Eingabedaten zur Verfügung gestellt werden. Übrigens ergibt sich bei obiger Rechnung auch ein anderer Wert als bei MDesign® (dort: 1,89), was vermutlich daran liegt, dass dort nach DIN 3990 vorgegangen wird und diese von der Berechnungsvorschrift nach Roloff/Matek abweicht.

Aus der Berechnung wird aber auch klar, welchen Einfluss verschiedene Variablen haben. So bewirkt zum Beispiel eine Verschlechterung der Verzahnungsqualität auf 7 bzw. 8 eine Veränderung des K_1 -Wertes auf 13,6 bzw. 21,8 (nach Roloff/Matek, Tabellenbuch, TB 21-15). Diese Vergrößerung um den Faktor 1,6 bzw. 2,6 hat eine entsprechende Vergrößerung des Klammerausdrucks zur Folge (K_2 kann man vernachlässigen) und damit des zweiten Summanden. Dies heißt aber nicht, dass auch K_v um diesen Faktor verändert wird, da ein affin-linearer Zusammenhang vorliegt. Die Addition der 1 bewirkt wegen der Größenordnung des zweiten Summanden nur eine Veränderung um den Faktor $(1+1,6 \cdot 0,39)/1,39=1,17$ bzw. $(1+2,6 \cdot 0,39)/1,39=1,45$, wobei der Faktor K_v wiederum linear bzw. wurzelmäßig in die Gesamtbelastung eingeht. Hier zeigt sich, dass das algebraische Verständnis des Ausdrucks in Verbindung mit konkreten Werten (sonst wäre obige Argumentation nicht möglich!) eine gute Abschätzung des Einflusses verschiedener Variabler und damit auch eine gezieltere Veränderung ermöglicht.

Student A hat mit anderen Werten gerechnet, da er die Geradverzahnung wählte und auch einen anderen Werkstoff benutzte. Bei ihm trat beim Vergleich von Handrechnung und Rechnung von MDesign das Problem auf, dass er bei den vielen Spannungswerten im MDesign®-Output einen falschen Wert für σ_{lim} abgelesen hat und so meinte, dass MDesign® mit anderen Werkstoffwerten rechnet (was zwar auch der Fall war, aber nicht in dem angenommenen Ausmaß). Bei der Handrechnung kamen andere Werte als bei MDesign® zustande, weil der Student mit anderen Werkstoffwerten gerechnet hat und weil er (leicht) andere Werte für die Faktoren benutzt hat.

Schritt 2: Wellenauslegung

Für die überschlägige Wellenauslegung gibt es auch im Roloff/Matek ebenfalls ein Schema in Form eines Ablaufplans (Bild 4 unten). Das Ergebnis wird übrigens schon bei der Festigkeitsberechnung in Schritt 1 benötigt, d.h. die überschlägige Berechnung ist schon dort durchzuführen. Ebenso wird der Lagerabstand, der grob geschätzt wird, bereits in der Zahnradauslegung gebraucht, aber auch in der überschlägigen Wellenauslegung (für das

durch die Kraft verursachte Biegemoment). Dies ist auch ein Beispiel für die komplexen Abhängigkeiten. Z.B. könnte man die Zahnbreite variieren und müsste dann eventuell den Lagerabstand erhöhen.

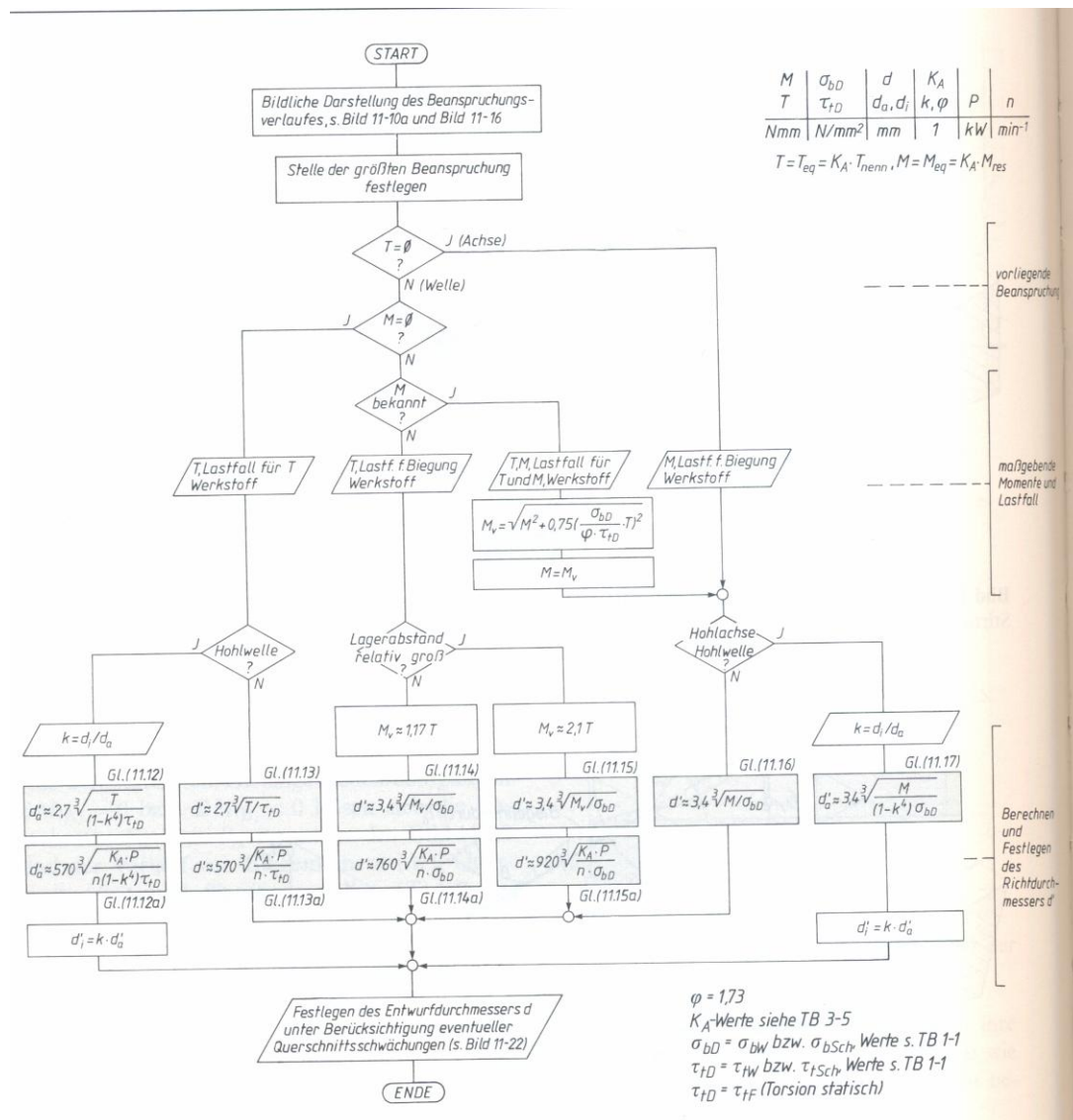


Bild 4: Schema 11-21 aus Roloff/Matek

Die Studenten A und B haben im Rahmen des Schemas unterschiedliche Wege gewählt. Während Student A bei gegebener Torsions- und Biegebelastung ein zusammengesetztes Vergleichsmoment ermittelt hat (Weg „M bekannt: J“ in 11-21), hat Student B getrennte Berechnungen für Biegung und Torsion durchgeführt (11.13 und 11.14 in 11-21). Student A hat aber nicht genau das Schema genutzt, sondern wollte die Unsicherheit über die letztendliche Gestalt durch einen Kerbwirkungsfaktor berücksichtigt, der aber wirkungslos ist, weil er sich wieder herausdividiert; dies hat der Student A jedoch nicht gesehen. Bei einer genauen Vorgehensweise nach Roloff/Matek hätte sich nicht 19,5mm (also gewählt: 20mm), sondern $(3,4/2,17) \cdot 19,5 = 30,55$ ergeben. Allerdings zeigt die spätere Festigkeitsrechnung, dass 20mm ausreichend sind, weswegen hier also kein Problem entstanden ist. Es ergeben sich erneut bei der Handrechnung des Studenten A etwas andere Werte als bei MDesign®, da MDesign® andere Werkstoffkennwerte benutzt.

Student B hat für Biegebelastung und Torsionsbelastung getrennte Rechnungen benutzt und sich somit nicht genau an das Schema 11-21 gehalten. Dies zeigt auch, wie leicht man sich in

dem Schema „verirren“ kann. Man könnte dies aber auch als Verwendung einer anderen Festigkeitshypothese deuten, bei der man nicht aus beiden Belastungen eine Vergleichsbelastung erzeugt, sondern getrennt rechnet und dann das Maximum nimmt. Student B kommt zu einem ähnlichen Wert wie Student A, nämlich 25mm, da die Torsion hier dominierend ist. Da es sich nur um eine überschlägige Rechnung handelt, ist die Variante von Student B auch unproblematisch.

Um die im Schema 11-21 angegebenen Rechnungen durchführen zu können und um später die Wellenbelastung angeben zu können, müssen die Kräfte und Momente per Hand ermittelt werden. Dabei ergeben sich zwei Fragen:

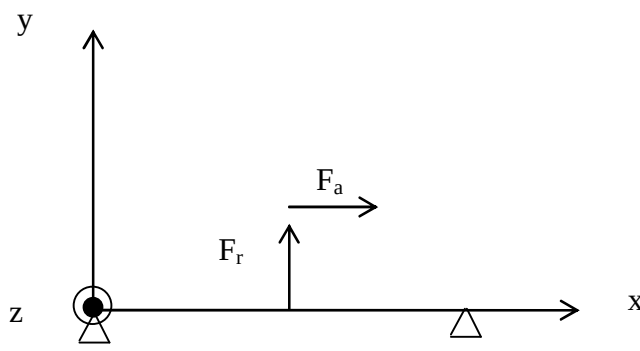
- Sind die Kräfte am Teilkreis oder am Wälzkreis zu nehmen?

Bei der von Student A verwendeten Geradverzahnung ohne Profilverschiebung fallen die Kreise zusammen, weswegen das Problem nicht existiert. Student B hat fälschlicherweise mit den Kräften am Teilkreis gearbeitet, statt die Kräfte am Wälzkreis zu nehmen, was aber keinen großen Unterschied macht.

- Welche Kraft ist zu verwenden: Gesamtkraft, Tangentialkraft, Radialkraft?

Um korrekte Lagerbelastungen zu ermitteln, benötigt man die Tangential- und die Radialkraft sowie im Falle der Schrägverzahnung auch die Axialkraft, da alle Kräfte von den Lagern aufgenommen werden müssen. Student A (Variante Geradverzahnung) hat nur die Umfangskraft (=Tangentialkraft) verwendet. Da letztere in der gegebenen Situation dominiert, ist dies allerdings nicht so gravierend. Student B hat die Gesamtkraft senkrecht zur Achse verwendet, diese aber wie eine Radialkraft behandelt. Dies führt zu einer verfälschten Aufteilung der Gesamtkraft senkrecht zur Achse auf die beiden Lager, was folgendes zugrunde liegende Modell zeigt (mit den Bezeichnungen: F_r =Radialkraft, F_t =Tangentialkraft, F_a =Achskialkraft):

(x,y)-Ebene:

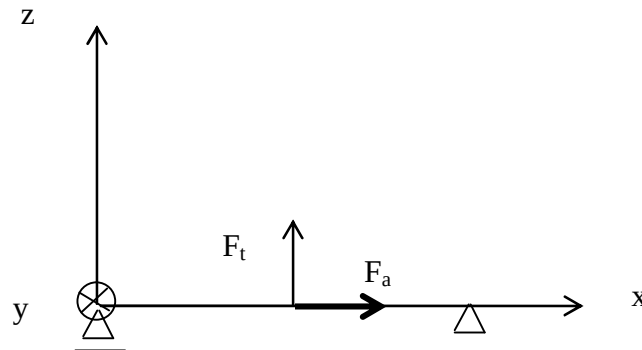


Selbst wenn wie bei Student B das Zahnrad mittig zwischen den Lagern liegt, wird die Radialkraft nicht auf beide Lager gleich verteilt, da man beim Momentengleichgewicht um das linke Lager folgendes erhält (Lagerabstand=200, Abstand der Axialkraft von der x-Achse =57.5):

$$F_r \cdot 100 + F_{By} \cdot 200 - F_a \cdot 57.5 = 0, \text{ also}$$

$$F_{By} = \frac{F_a \cdot 57.5 - F_r \cdot 100}{200}$$

(x,z)-Ebene:



Da in der (x,z)-Ebene nur F_t wirkt, findet bei mittiger Lage des Zahnrads eine gleiche Verteilung auf die beiden Lager statt.

Daraus folgt, dass man eine fehlerhafte Aufteilung der Gesamtkraft auf die Lager erhält, wenn man die Gesamtkraft senkrecht zur Achse als Radialkraft behandelt, denn dann wird die Gesamtkraft senkrecht zur Achse unterschiedlich auf die Lager verteilt, obwohl nur die echte Radialkraft unterschiedlich verteilt werden sollte. Man erhält also bei einem Lager eine zu hohe und beim anderen eine zu niedrige Belastung. Bei der Berechnung von Student B resultierte dies in einer Aufteilung von 494N zu 392N (betragsmäßig), während bei korrekter Berechnung eine Aufteilung von 457N zu 425N. Man hat also eine ungefähr zehnprozentige Abweichung. Ein Test mit MDesign hat ergeben, dass dennoch dieselben Lager ausgewählt wurden, sich also hier letztlich kein Unterschied ergab. Dies könnte aber nach Auskunft des Anwendungskollegen der Fall sein, wenn es in einer Anwendungssituation um das Ausreizen der „letzten 5%“ geht.

Bei der Wellenberechnung mit MDesign® sind zunächst die zugrunde liegende Festigkeits-hypothese sowie die Belastungsart (z.B. schwelend oder wechselnd) anzugeben. Ferner sind die Berechnungsweise (nach DIN oder anders) sowie die für die Spitzenbelastung (beim Anfahren) zu verwendenden Faktoren zu spezifizieren. Wie bei der Zahnradberechnung wird auch hier der Werkstoff zum Vergleich zwischen zugelassener Spannung und auftretender Spannung benötigt.

Dann ist die Wellengeometrie zu bestimmen. Hier sind die verschiedenen Teillängen mit ihren Durchmessern anzugeben. Student A hat eine eher „gedrungene“ Version erstellt (Lagerabstand 100mm bei Zahnradbreite von 60mm), die im Wesentlichen die Zahnradbreite aufnimmt. Demgegenüber hat Student B eine „großzügige“ Dimensionierung vorgenommen (Lagerabstand 200mm bei Zahnradbreite von 70mm), um nach eigenem Bekunden noch Platz für Variationen und sonstige noch nicht überschaubare Zusätze zu haben. Ohne weitere Kenntnis über Rahmenbedingungen kann man nach Aussage des Anwendungskollegen keine Variante vorziehen. Bei beiden wird der Entwurfsdurchmesser als Basisdurchmesser benutzt, der in den von den Lagern aufgenommenen Teillängen angenommen wird. Zwischen den Lagern werden noch größere Durchmesser verwendet, um die Welle am Lager zu fixieren. Ferner sind die Lager mit ihren Freiheitsgraden anzugeben. Wegen der statisch bestimmten Lagerung ist dabei ein Lager als Festlager und das andere als Loslager angegeben. Bei den Freiheiten wurden – wie in der Hilfe empfohlen – Drehungen um die y- und z-Achse zugelassen, was auch in der Realität in kleinem Maße möglich ist.

Als nächstes sind die Belastungen in Form von Axialkräften, Radialkräften und Torsionsmomenten anzugeben. Die Angaben sind zwar im Output der Zahnrad-Festigkeitsberechnung zu finden, sodass eine Durchgängigkeit im Prinzip gewährleistet ist. Die Bezeichnungen sind aber bei den Radialkräften sehr irreführend. Hier sind alle Kräfte

anzugeben, die in der Ebene senkrecht zur Achse wirken. Deshalb ist nicht nur die Radialkraft aus der Zahnrad-Festigkeitsberechnung anzugeben, sondern – um 90° versetzt – auch die Tangentialkraft. Student A hat hier nur die Tangentialkraft eingetragen und damit zwar in diesem Fall den wesentlichen Teil, aber nicht die Gesamtkraft in der Ebene erfasst. Student B hat die Gesamtkraft in der Ebene (also ohne die getrennt einzugebende Axialkraft) eingetragen und damit den oben beschriebenen Fehler erzeugt. Dem Studenten war nicht klar, dass man die Kräfte getrennt und um 90° versetzt eingeben konnte, was aber an dem an dieser Stelle sehr missverständlichen User Interface liegt. Um die diesbezügliche Problematik des User Interfaces überhaupt zu erkennen, muss man als Anwender natürlich eine klare Modellvorstellung von dem haben, was im Prinzip einzugeben ist. Nur dann sieht man, dass es nicht so offensichtlich ist, wie man diese Eingabe bei MDesign® zu machen hat. Man muss auch beachten, dass F_r und F_a richtig herum anzugeben sind, da sonst jeweils eine Vertauschung der Lagerkräfte erfolgt. F_t ist in dieser Hinsicht unkritisch, da sich nur ein Vorzeichenfehler, aber kein Betragsfehler ergibt, was für die spätere Lagerauslegung unproblematisch ist.

Weiterhin sind zu den Kräften noch die Angriffspunkte anzugeben, die selbst von Hand aus der Wellengeometrie zu ermitteln sind (ebenfalls eine Fehlerquelle). Außerdem ist das Torsionsmoment anzugeben, das aber einfach (von Hand) zu berechnen ist oder der Zahnrad-Festigkeitsberechnung entnommen wird.

Als Output liefert MDesign® ein Querschnittsbild der Wellengeometrie, an dem man die grobe Stimmigkeit der Eingabe überprüfen kann. Ferner werden neben einigen Eigenschaften der Welle (Gewicht, Gesamtlänge etc.) die Lagerreaktionskräfte angegeben, die dann bei der Lagerauslegung Verwendung finden.

Die wesentliche Berechnung bei der Welle ist der Festigkeitsnachweis. Auch hierfür gibt es wiederum einen Ablaufplan im Roloff/Matek (Bild 5). Es wird dabei die statische und die dynamische Sicherheit untersucht. Der Ablaufplan stellt eine Vereinfachung dar, da gewisse Faktoren (Abhängigkeit von der Mittelspannung) nicht mit einbezogen werden. Diese sind im Roloff/Matek detaillierter in Kapitel 3 dargelegt (Bilder 3-31 und 3-32). MDesign® berücksichtigt auch genauer diese Mittelspannungsempfindlichkeit, nimmt also eine vollständige Sicherheitsuntersuchung vor. Diese ist sehr rechenintensiv (bezogen auf Handrechnung!), daher gibt es auch die vereinfachte Form. Zudem berücksichtigt MDesign® noch einen Faktor γ_F , genannt „Erhöhung der Fließgrenze“, der bei Roloff/Matek nicht vorkommt (aber wohl in der DIN 743; MDesign® erlaubt die Wahl der Berechnung nach Roloff/Matek oder DIN 743). Bei MDesign® variieren die Faktoren teilweise auch noch je nach gewähltem Wellenquerschnitt. Um die weiteren Angaben in MDesign® zum dynamischen Festigkeitsnachweis zu verstehen, reicht Schema 11-23 nicht aus, da die dort genannten Faktoren noch aus anderen („feineren“) Faktoren gebildet werden (z.B. Kerbwirkungszahl aus Stützzahl und Formzahl), die in Kapitel 3 des Buchs von Roloff/Matek beschrieben werden.

Student A hat die Berechnung zur Dauerfestigkeit (dynamische Festigkeit) auch teilweise per Hand erledigt (für den Querschnitt Mitte des Zahnrads), wobei er allerdings nach der einfachen Gleichung 3.21 im Roloff/Matek vorgegangen ist:

$$\frac{1}{S} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{\sigma_{bw}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_t}{\tau_{tw}}\right)^2}.$$

Dann hat er die Sicherheit noch durch einen Kerbwirkungsfaktor von 1,8 (nach TB 3-8) geteilt und damit nach eigenen Angaben die Passfeder zur Fixierung des Zahnrads berücksichtigt. MDesign® hat für denselben Querschnitt einen Sicherheitsfaktor von 2,7 ermittelt, Student A einen Wert von 1,9. Er scheint damit „konservativer“ zu schätzen.

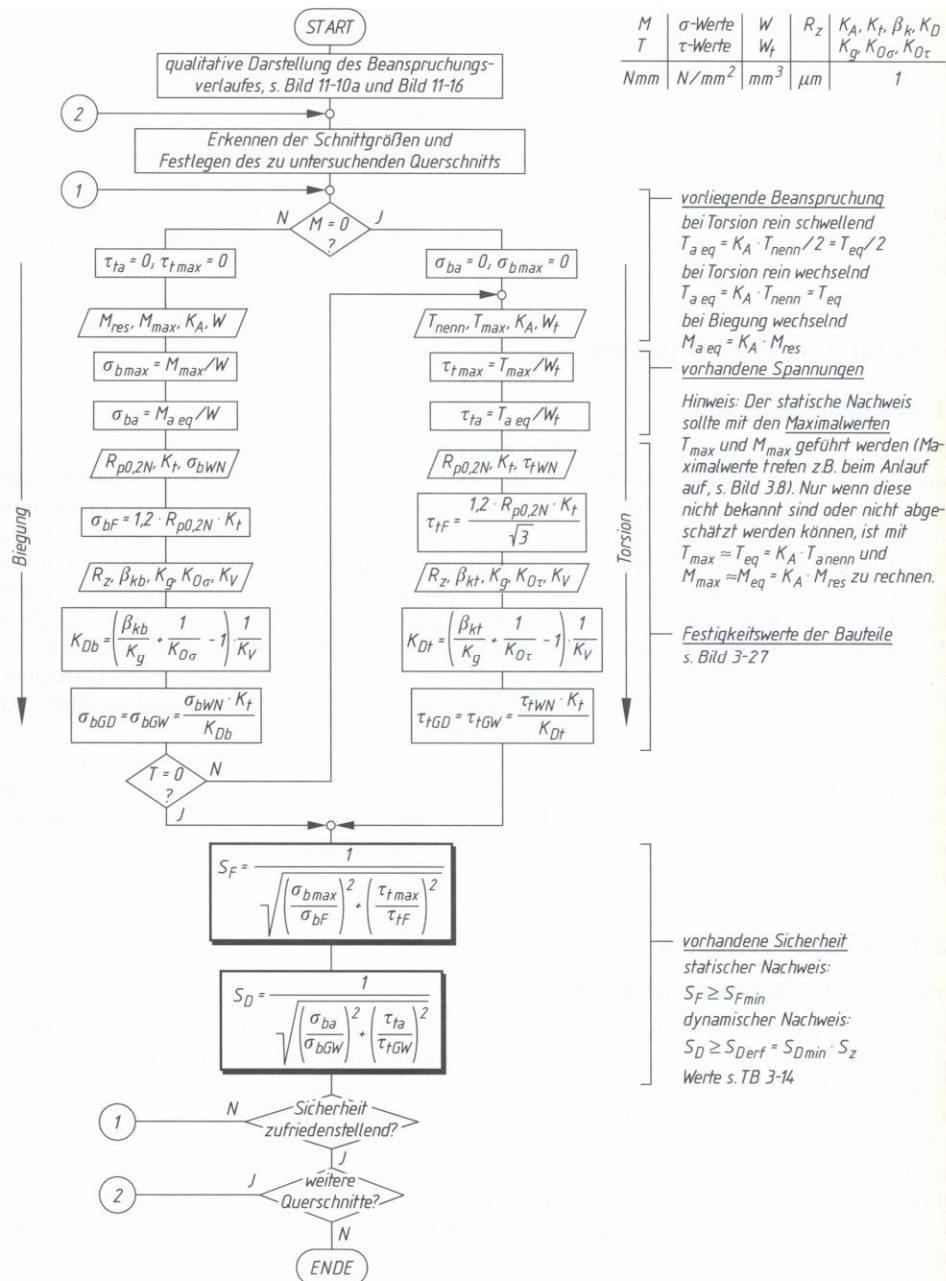


Bild 5: Schema 11-23 aus Roloff/Matek

Beide Studenten haben – was MDesign® ermöglicht – eine Berechnung am Querschnitt „Mitte des Zahnrads“ vornehmen lassen, da sie diesen als am meisten gefährdeten Querschnitt angesehen haben. MDesign® berechnet aber die Werte über den gesamten Verlauf, insbesondere auch an allen Wellenabsätzen (Querschnitten mit Durchmesseränderung), und es zeigt sich, dass an anderer Stelle die Sicherheiten teilweise noch niedriger sind als an der als „kritisch“ angesehenen, was an der Überlagerung von Torsion und Biegung liegt. MDesign® gibt auch die insgesamt niedrigsten Sicherheitswerte an, die letztlich zur Beurteilung dienen, sowie den Ort des Auftretens. Diese Information ist letztendlich entscheidend und wird zunächst vom Nutzer betrachtet. Sie könnte genutzt werden, um zielgerichtet zu variieren. Student B hat hohe Sicherheitswerte. Auch hier ist es wieder von der Anwendungssituation abhängig, ob man weitere Optimierungen vornimmt oder nicht. Was den graphischen Output anlangt, so hat Student A nur den Biegemomentenverlauf betrachtet und gesehen, dass wie erwartet an der „kritischen“ Stelle der höchste Wert auftritt.

Student B hat den graphischen Output nicht verwendet. Nach Auskunft des Anwendungskollegen wäre allenfalls der Biegemomentenverlauf interessant, um an einem „untypischen Verlauf“ einen möglichen Eingabefehler zu erkennen.

Obwohl in der Beschreibung der Wellenberechnung auch die Bestimmung der kritischen Drehzahlen aufgeführt ist, wurde diese nicht vorgenommen. Dies liegt daran, dass beim Input-Eintrag „Berücksichtigung Eigengewicht“ ein „nein“ eingegeben wurde. Wählt man „ja“, so werden die Drehzahlen ermittelt. Es zeigt sich aber, dass sie weit über den aktuellen Drehzahlen liegen.

Die Wellenberechnung wurde jeweils für beide beteiligten Wellen getrennt durchgeführt. Nur bei der Schrägverzahnung von Student B ist zu beachten, dass die Axialkräfte jeweils anders gerichtet sind.

Schritt 3: Lagerauslegung

Bei der Lagerauslegung geht es im Gegensatz zur Zahnrad- und Wellenauslegung im Wesentlichen darum, ein geeignetes Lager aus existierenden Lagerkatalogen zu finden. Dazu benötigt man als Daten bei der Geradverzahnung (Student A) die „Radialkraft“, die geforderte Lebensdauer und die Drehzahl (für die Umrechnung in Stunden). Mit der Radialkraft ist hier wieder nicht nur die „engere“ Radialkraft gemeint, sondern die gesamte resultierende Kraft in der Ebene senkrecht zur Welle. Diese kann man als Resultat der Wellenberechnung übernehmen. Bei der Schrägverzahnung (Student B) kommt auch noch die Axialkraft hinzu. Zudem sind noch Grenzen für die Abmaße festzulegen.

Ob ein Lager belastungsmäßig geeignet ist, hängt von seiner so genannten „statischen Tragzahl“ C_0 (in N) ab. Diese muss für die statische Berechnung größer als die so genannte „äquivalente“ statische Belastung sein, die bei kombinierter radialer und axialer Belastung eine Linearkombination aus beiden ist (Vorfaktoren sind nach Tabellenbuch zu wählen, siehe Roloff/Matek, Abschnitt 14.3.1, Formel 14.4). Die dynamische Tragfähigkeit dient der Ermittlung der Lebensdauer. Sie hängt von der so genannten „dynamischen Tragzahl“ C ab. Auch hier muss aus der radialen und der axialen Lagerbelastung per Linearkombination eine „äquivalente“ dynamische Belastung P bestimmt werden. (Formel 14.8). Der versuchsmäßig ermittelte Zusammenhang zwischen der Lebensdauer L_{10} (in 10^6 Umdrehungen) und diesen Werten ist dann $L_{10}=(C/P)^3$ bei Kugellagern (sonst anderer Exponent). Damit kann bei gegebener Belastung und gegebenem Kugellager die statische und dynamische Tragfähigkeit geprüft werden.

Bei der Berechnung mit MDesign® werden die Belastungen, die Drehzahl, die Lebensdauer, der Sicherheitsfaktor für die statische Tragfähigkeit und die Grenzen für die Abmaße vorgegeben. Zudem können noch Lagertyp und einige Eigenschaften angegeben werden. MDesign® sucht dann aus den vorhandenen Katalogen mögliche Kugellager aus, die nach Baugröße geordnet sind. Aus diesen wählt der Benutzer eines aus. Ausgegeben werden dann die Lagereigenschaften wie Abmaße und Tragzahlen, die statische Sicherheit und die erreichte Lebensdauer. Die ermittelte Lebensdauer betrug bei Student A über 22000h, bei Student B über 15000h. Da aber bereits die kleinsten vorhandenen Lager ausgewählt worden sind, besteht hier kein Optimierungspotential mehr.

Student A hat auch noch eine Handrechnung mit dem ausgewählten Lager durchgeführt und ist auf fast dieselbe Lebensdauer gekommen. Der Vorteil der Nutzung von MDesign® liegt natürlich in der automatischen Auswahl eines passenden Lagers. Bei der Handrechnung hätte man zunächst aus o.a. Formel den C-Wert berechnet, um mit diesem dann im Katalog nach einem geeigneten Lager zu suchen.

3.3 Antworten auf die Untersuchungsfragen

In diesem Abschnitt sollen die Ergebnisse des vorhergehenden Abschnitts noch einmal hinsichtlich der im ersten Bericht formulierten Untersuchungsfragen zur mathematischen Expertise von Maschinenbauingenieuren betrachtet werden.

- Welche sichtbaren mathematischen Konzepte und Verfahren werden genutzt und welche Fähigkeiten benötigt man dabei? Unterscheidet sich die Nutzung von der Behandlung in der Mathematikausbildung?

Ins Auge fallen zunächst die komplexeren geometrischen Modelle bei Gerad- und Schrägverzahnung mit Evolventen. Bei der Schrägverzahnung wird noch zwischen Stirnschnitt und Normalschnitt unterschieden und in jedem Schnitt gibt es geometrische Größen und Parameter (Winkel und Kreise), die miteinander zusammenhängen. Diese Modelle muss man kennen, um einerseits in MDesign® den Input entsprechend eingeben zu können und andererseits die Angaben im Output zu verstehen. In schwierigeren Situationen, in denen mit vielen dieser Größen variiert werden muss, um eine brauchbare Lösung zu finden, ist sicherlich eine sehr gute Kenntnis aller Modellgrößen und der Auswirkung von Veränderungen erforderlich. Für die grobe Auslegung durch die Studenten waren allerdings nur wenige Größen relevant wie Profilwinkel (Standard 20°), Schrägungswinkel, Modul, Zähnezahlen, Achsabstand und Zahnbreite beim Input sowie die Gesamtüberdeckung beim Output. Die weiteren Parameter können, wie dies auch bei den Studenten geschehen ist, mittels der Hilfe nach gewissen Regeln festgelegt werden, ohne dass man die Zusammenhänge genau durchdacht hat. Hier zeigen sich die Grenzen des Untersuchungsansatzes, weil der erfahrene Umgang mit allen Größen in schwierigeren Anwendungssituationen bei der studentischen Arbeit natürlich nicht zu beobachten war. Zu erwähnen bleibt, dass die Modelle nicht aufzustellen, sondern nur die Größen in den Modellen zu identifizieren sind.

Bei der Bestimmung der Zähnezahlen taucht explizit das Primzahlkonzept auf. An Primzahlzerlegungen erkennt man, dass kein gemeinsamer Teiler >1 existiert und damit eine gleichmäßige Abnutzung der Zähne gewährleistet ist.

In der Geometrie sind auch die auftretenden Kräfte zu verorten und diese Kräfte sind dann aus dem Output von MDesign® herauszulesen und an anderer Stelle korrekt wieder einzugeben. Dafür müssen die Kraftvektoren entsprechend zerlegt werden, sodass Anteile in verschiedenen Ebenen betrachtet werden können. Eine genaue Spezifikation der Kraftvektoren in entsprechenden Koordinatensystemen ist notwendig, wofür ein gutes Verständnis der Angaben, durch die ein Vektor im Raum fixiert wird, erforderlich ist. Die verwirrende Bezeichnungsweise in MDesign®, bei der sämtliche Kräfte senkrecht zur Wellenachse als „Radialkräfte“ einzugeben sind, macht dieses Verständnis zur Fehlervermeidung unerlässlich. Die Studenten haben, wie oben dargelegt, mit nicht ganz korrekten Modellen gearbeitet, die vermeidbare Vereinfachungen enthielten. Die Fehler hielten sich jedoch im Rahmen von 10%, sodass sich bei der letztendlichen Lagerauslegung dasselbe Ergebnis wie bei korrekter Modellierung eingestellt hat. Dies braucht aber nach Aussage des Anwendungskollegen nicht immer der Fall zu sein; insbesondere wenn in der Serienfertigung die letzten fünf Prozent „herausgeholt“ werden sollen, ist eine genauere Modellierung unerlässlich und damit ein gutes Verständnis der vektoriellen Kräftermodellierung, der Projektion in Ebenen und der Umsetzung in entsprechende Gleichungen, um wirklich die Auswirkungen zu verstehen.

Bei der Bestimmung der Sicherheiten sind Modelle für die vorhandene Belastung und für die vorhandene Belastbarkeit zu verwenden. Die Modelle sind algebraisch und benutzen, wie im vorhergehenden Abschnitt dargelegt, „kaskadierende“ Formeln. Die Modelle sind

multiplikativ in dem Sinne, dass aus einem „Basiswert“ durch „Heranmultiplizieren“ von Faktoren (die wiederum aus Formeln gebildet werden) ein „Endwert“ der Belastbarkeit bzw. Belastung gebildet wird, deren Quotient dann die Sicherheit darstellt. Eine prozentuale Änderung eines Faktors führt also zu einer entsprechenden Änderung der Sicherheit. Dieses Kenntnis ist natürlich für ein zielgerichtetes Variieren unerlässlich. Da aber die Faktoren selbst wieder über teils komplizierte Formeln gebildet werden, in denen weitere Konstanten, geometrische und mechanische Größen auftreten, ist das Gesamtmodell noch deutlich komplexer und es ist nicht einfach, den Überblick zu behalten. Die von Gainsburg beschriebene Qualifikation des „keeping track“ ist hier also gefordert, um bei den vielen Zwischengrößen jeweils zu erkennen, auf welcher Stufe im „Gesamtberechnungsprozess“ man sich gerade befindet. Es geht nicht nur, wie man bei erster Betrachtung meinen könnte, um das bloße Einsetzen in Formeln.

Die Untersuchung hat auch gezeigt, dass die Formeln teilweise so komplex sind, dass ein einfaches Erkennen von Auswirkungen einer Variation nicht möglich ist. Dies wurde oben anhand der Variation der Zahnbreite demonstriert. Es ist dann effizienter, auf der Basis einer groben qualitativen Vorstellung zu variieren und neu berechnen zu lassen, da die Berechnungen nur ein paar Sekunden erfordern.

Die mathematischen Modelle zeichnen sich durch eine Vielzahl von Variablen (Geometrische Größen, Werkstoffkennwerte, Anwendungskennwerte) aus. Zu erreichen ist:

- die Funktion der Maschine: hierfür sind die Designvariablen so zu besetzen, dass die Variablen, die die Funktion beschreiben, die geforderten Werte haben.
- die Sicherheit der Maschine: Hierfür sind die auftretenden Belastungen (Kräfte, Spannungen) zu bestimmen und mit den zulässigen Werkstoff oder Maschinenelementwerten zu vergleichen, wobei letztere noch je nach Belastungsart variieren.
- eine wirtschaftliche Lösung.

Die mathematischen Modelle sollen dazu dienen, die Dinge einfacher und durchsichtiger und damit berechenbar zu machen. Für eine wirtschaftliche Lösung spielen aber auch noch viele externe Faktoren eine Rolle wie z.B. die Erfahrung mit einem Werkstück oder mit einem gewissen Fertigungsprozess. Unklar (zumindest nicht eindeutig klar) ist, wann die Aufgabe als erfüllt anzusehen ist.

Man sieht in der Arbeit der Studenten außer bei der Wahl von Geometriearten, Faktoren und Werkstoffen, bei der ein gutes Verstehen der Anwendungssituation erforderlich ist, keine eigentlichen Modellierungsaktivitäten. Die Studenten arbeiten in existierenden Modellen, die sie aber mit situationsangemessenen Parametern versehen müssen. Diese Anforderung könnte man mit Gainsburg als „understanding the phenomenon“ bezeichnen. Da die Parameter häufig nur Schätzwerte sind, spielt ebenfalls die von Cardella betonte Unsicherheit eine wesentliche Rolle.

Beim Input und Output von MDesign® treten tabellarische Darstellungen und Diagramme auf, denen die „richtigen“ Werte bzw. Informationen zu entnehmen sind. Bei Diagrammen handelt es sich häufig um Scharen von Kurven, aus denen der richtige Wert abzulesen ist, wobei sogar noch verschiedene Skalen abgetragen sind. Bei diesen komplexeren Datendarstellungen erfordert es schon einige Übung, anhand der gegebenen Inputdaten die richtige Kurve an der richtigen Stelle auszuwerten und dabei auch an der richtigen Stelle das Ergebnis abzulesen. Mathematisch bilden natürlich mehrere Funktionen von mehreren Variablen den Hintergrund, allerdings wird die entsprechende mathematische Formalisierung nicht benötigt.

Wegen der komplexeren Zusammenhänge hat sich die Gefahr gezeigt, dass einfach nach dem Buch von Roloff/Matek eine Formel herausgegriffen wird, ohne dass man die Randbedingungen genau kennt. Man sollte hier eigentlich einen Überblick über die komplexen Zusammenhänge und die „Art“ der jeweiligen Berechnung haben (überschlägige Entwurfs-

rechnung, einfacher Nachweis, komplexerer Nachweis, Belastungsart, Faktoren beitragend zur Grenzfestigkeit, Faktoren beitragend zur aktuellen Bauteilbeanspruchung, ...).

- Wie ist das Zusammenspiel von Intuition, Überschlagsrechnung und präziserer Modellierung, d.h. wo können Vorgehensschritte im von Kent und Noss benannten Spektrum vom qualitativen bis zum quantitativen Denken verortet werden?

Für den Anfangsentwurf sind Erfahrung und Überschlagsrechnung erforderlich; je besser der Anfangsentwurf, desto weniger Iterationszyklen sind erforderlich. Das Iterieren wird zwar durch die Berechnungsprogramme deutlich erleichtert, aber da es sehr viele Entwurfsvariablen gibt, ist ein guter Anfangsentwurf nach wie vor wichtig für ein effizientes Arbeiten. Nach Aussage des Anwendungskollegen gibt es, wie im vorliegenden Fall (Wellendurchmesser, Modul) im vorhergehenden Abschnitt dargelegt, meistens Überschlagsmodelle. Beim Variieren spielt qualitatives Denken (welche Variable wirkt in welcher Richtung) eine wichtige Rolle (z.B. Vergrößern der Zahnbreite); man könnte man auch die zugrunde liegende quantitative Modellierung (Formeln) nutzen, wenn diese nicht (wie bei der Flankenpressung) zu kompliziert ist. Im Sondermaschinenbau ist qualitatives Denken zusammen mit den Iterationsmöglichkeiten der Programme ausreichend für effizientes Arbeiten. Muss man aber wie in der Serienfertigung des Automobilbaus bis an die Grenzen gehen, so ist Arbeit in der genaueren Modellierung und damit deren Verstehen unerlässlich. Ein Problem ist die Vielzahl von Variablen und Zusammenhängen, so dass bei der Variation einer Größe immer auch an die Konsequenzen für andere Größen zu denken ist.

- Gibt es verborgene, in Anwendungssituationen eingebettete Mathematik? Welches mathematische Verständnis ist notwendig, um mit den Anwendungssituationen sinnvoll umzugehen? Würde eine bewusste Mathematisierung generell auch im normalen Umgang zur Effektivitäts- und Effizienzsteigerung führen, etwa durch Reduktion des Herumprobierens?

Die mathematischen Zusammenhänge sind im Maschinenelementbuch formelmäßig offen gelegt, während sie im Programm allenfalls gelegentlich in der Hilfe auftauchen. Für eine sinnvolle Programmnutzung ist ein Rekapitulieren dieser Zusammenhänge unerlässlich. Wie die mathematischen Zusammenhänge zustande kommen, ist häufig nicht geklärt und wird auch nur hingenommen. Eine andere Chance besteht wohl auch nicht, wenn man in begrenzter Zeit zu Lösungen kommen möchte. Eigene Modellierungen müssen vorgenommen werden, um die Belastungsvariablen zu ermitteln, z.B. Lagerkräfte. Die Modellierungen kann man aber auch in Maschinenelementbüchern finden, wobei sie auf den jeweils vorliegenden Fall anzuwenden sind. Verborgene „Erfahrungen“ oder Modellierungen findet man in den zahlreichen Korrekturfaktoren.

- Gibt es Richtlinien oder Konstruktionsregeln, die anstelle einer eigenen Berechnung schlicht angewendet werden?

Die Berechnungsschemata findet man im Buch von Roloff/Matek. Für die Wahl der Kennwerte und Faktoren hat man Tabellen, wobei das Erkennen der richtigen Anwendungssituation wesentlich ist. Roloff/Matek beschreibt das Vorgehen und die Faktorenwahl nach DIN-Richtlinien etwa zur Zahnradberechnung. Beim Berechnungsprogramm werden die zugrunde liegenden Normen genannt, ohne dass der genauere Berechnungsvorgang beschrieben würde.

- Kommen tiefere Reflektionen und mathematisches Modellieren zum Einsatz, wenn Problemsituationen („Breakdown“) auftreten, etwa wenn Anforderungen nicht erfüllt sind, Richtlinien nicht einfach anwendbar sind, weitere Optimierung erforderlich ist oder ein Programm in der bisherigen Nutzungsart nicht das erforderliche durchführt? Gab es Probleme bei der Durchführung der Aufgabe, die auf fehlendes oder fehlerhaftes mathematisches Verständnis zurückzuführen sind? Welche Probleme resultieren aus der Unfähigkeit, eigentlich bekannte mathematische Modelle zu entdecken und vorhandenes mathematisches Wissen anzuwenden?

Bei Student A hat sich die Flankenpressung als zu hoch erwiesen; dies ist aber keine eigentliche Breakdown-Situation, sondern ein „üblicher“ Fall, bei dem die gewählte Anfangskonfiguration noch nicht reicht und etwas zu variieren ist; ein Problem entstünde erst dann, wenn das Variieren zu anderen Problemen führen würde, so dass man sich „im Kreis dreht“.

Ein weiteres Problem waren Unterschiede zwischen der Handrechnung nach Roloff/Matek und der MDesign®-Rechnung. Diese waren begründet durch die Wahl anderer Werkstoffwerte und anderer Faktoren; letztere werden zwar in MDesign® aufgelistet, um die Berechnung nachvollziehbar zu machen, aber das Zustandekommen wird nicht näher erläutert. Es kann sich aber um eine Implementierung der entsprechenden DIN handeln.

Eine richtige Breakdown-Situation hat sich aber erst nachträglich bei der Besprechung der Resultate ergeben, als es um die richtige Wahl der Krafteingaben für die Wellenberechnung ging. Student A hat nur die Tangentialkraft verwendet, Student B die Gesamtkraft senkrecht zur Welle als Radialkraft und MDesign® selbst erlaubt nur die Eingabe der Kräfte senkrecht zur Welle als Radialkräfte mit eventueller Drehung um einen Winkel. Um in dieser Situation zu erkennen, welche Kräfte wie in MDesign® einzugeben sind, benötigt man die Modellierung in der (x,y)- und (x,z)-Ebene, die im letzten Abschnitt vorgestellt wurde. In dem Modell sind alle drei vorkommenden Kraftanteile (Axialkraft, Radialkraft und Tangentialkraft) berücksichtigt und auf die entsprechenden Ebenen verteilt. Bildet man basierend auf diesem Modell die Gleichgewichtsgleichungen, so erkennt man, dass durch die Existenz einer Axialkraft die Radialkraft unterschiedlich auf die Lager verteilt wird, während die Tangentialkraft bei mittlerer Lage gleichmäßig verteilt wird. Dies ergibt sich auch bei entsprechender Eingabe in MDesign®, sodass man dann die MDesign®-Ergebnisse nachvollziehen kann. Im vorliegenden Fall war der Fehler (oder die „Grobheit“) in den Studentenlösungen nicht so groß, dass er letztlich zu einer anderen Wahl eines Lagers geführt hätte. Nach Aussage des Anwendungskollegen gilt hier aber erneut, dass bei einer kritischeren Anwendungssituation, bei der das gesamte Potential auszuschöpfen ist, solche Unterschiede durchaus wichtig sein können. Er weist auch auf ähnliche Situationen in der Konstruktionsausbildung hin.

- Welche kognitiven Modelle sind zur sinnvollen Nutzung der Programme erforderlich? Welche Objekte sind an der Benutzerschnittstelle sichtbar („boundary objects“) und welche mathematische Kompetenz ist für die Nutzung erforderlich oder zumindest hilfreich?

MDesign® erfordert eine Vielzahl von Inputvariablen und liefert eine Fülle von Outputergebnissen. Die Inputvariablen werden textuell und graphisch noch näher in der Hilfe erläutert. Man benötigt ein geometrisches Verständnis des Elements, um einige der Variablen entsprechend zu besetzen. Ferner benötigt man ein Belastungsmodell zur Besetzung der entsprechenden Variablen. Die Werte sind z.T. (wie das Moment) noch selbst aus einfachen Modellen zu bestimmen.

Bei der Fülle an Outputvariablen muss man wissen, welche die wesentlichen Variablen zur Einschätzung von Funktion, Fertigung und Sicherheit sind. Bei den Diagrammen muss man

die Funktionen deuten und mit erwarteten Funktionsverläufen vergleichen, um auf eventuelle Fehler (Fehleingaben, falsche Anwendungssituationen) zu stoßen.

- Welche Rolle spielt mathematisches Verständnis bei der Interpretation des Programm-Outputs und der Überprüfung der Sinnhaftigkeit?

Wie bereits dargelegt, muss man die zugrunde liegenden Modelle kennen, um mit dem MDesign®-Output irgendetwas anfangen zu können. Student B hat einige Handrechnungen gemacht, um überhaupt noch einmal zu sehen, wie die Ergebnisse zustande kommen. Bei der Geometrieberechnung muss man die entsprechenden geometrischen Modellobjekte (Teilkreis, Grundkreis etc.) kennen, für die Werte im Output angegeben werden. Bei den Festigkeitsuntersuchungen muss das „multiplikative“ Sicherheitsmodell bekannt sein, damit man überhaupt im „Wust“ der Outputgrößen die wesentlichen erkennt. Bei der Wellenberechnung kann man auf der Basis des oben dargelegten Modells überprüfen, ob die unterschiedliche Verteilung der Kräfte auf die Lager bei der Schrägverzahnung gegeben ist und ob dasjenige Lager stärker belastet wird, von dem man es erwartet hätte.

- Welche Rolle spielt das zielorientierte Experimentieren mit Software bei der Lösung von Problemen und beim Erwerb eines Verständnisses für den Einfluß von Modellparametern („understanding through use“ bei Kent und Noss)?

Zielorientiertes Experimentieren ist wesentlich, um von einem Anfangsentwurf hin zu einem akzeptablen Entwurf (sicher, wirtschaftlich) zu kommen. Dabei ist ein Wissen um die Zusammenhänge zwischen Inputparametern und Outputparametern wesentlich. Dieses Wissen kann rein qualitativ (etwa: Vergrößerung von x bewirkt Verkleinerung von y) oder auch quantitativ formelmäßig sein. Wie stark etwas wirkt, kann man natürlich mit dem Programm ausprobieren und damit auch Erfahrungswerte bilden („understanding through use“). Es ist nicht klar, inwiefern ein genaueres quantitatives Vorgehen Effizienzgewinne bringen würde. Wenn aber die „letzten fünf Prozent“ Optimierung noch wesentlich sind wie etwa in gewissen Serienfertigungen, dann ist eine genauere Untersuchung des quantitativen Modells auf Optimierungspotentiale hin erforderlich.

- Welches Wissen und welche Fähigkeiten sind vor und neben der Programmnutzung erforderlich (Materialkenntnisse, Normteile, Produktionsprozess, Kosten, ...)?

Für das Gewinnen sinnvoller Anfangswerte sind sicherlich Kenntnisse über real existierende Getriebe hilfreich (Abmaße, Werkstoffe). Ferner können dafür Hinweise und Überschlagsrechnungen aus Büchern wie Roloff/Matek verwendet werden. Bei der „Rundung“ sind Kenntnisse in Bezug auf sinnvolle Werte für die Fertigung oder die Nutzung von Normteilen sinnvoll.

Der Ingenieur muss eine Lösung finden, die die funktionalen Anforderungen (inklusive Betriebsfestigkeit/Lebensdauer) erfüllt und die wirtschaftlich ist. Die Rechenmodelle, die in Lehrbüchern angeboten und in Programmen wie MDesign umgesetzt sind, bieten Unterstützung beim Nachprüfen der funktionalen Anforderungen und bei Variantenberechnungen. In diesen Modellen sind aber keine Wirtschaftlichkeitsaspekte enthalten. So kann es sein, dass man zwar technisch geringer dimensionieren könnte, aber aus Wirtschaftlichkeitsgründen in einer Firma vorhandene „größere“ Teile (Schrauben etc.) zu verwenden sind, weil eine Vielzahl an Teilen zusätzlichen logistischen Aufwand erfordert. Ein weiterer Aspekt kann auch die in der Firma vorhandene Erfahrung sein. Besteht Know-How in Bezug auf die Verarbeitung eines gewissen Werkstoffs, so kann dies ein Grund sein,

diesen gegenüber anderen, technisch auch ausreichenden Werkstoffen mit schwächeren Materialeigenschaften vorzuziehen.

- Gibt es generelle mathematische Kompetenzen im Sinne von Wake und Williams (1999) oder Grundvorstellungen und Grundverständnisse im Sinne von Bender (1991) und vom Hofe (1995), die notwendig oder hilfreich bei der Nutzung der Programme sind?

Folgende erforderliche oder hilfreiche Grundvorstellungen und Kompetenzen konnten (grob zusammengefasst) festgestellt werden:

- geometrische Vorstellung von den beteiligten Körpern und deren Erzeugung aus geometrischen Grundobjekten und –operationen.
- algebraische Modellvorstellung mit funktionalen Abhängigkeiten.
- zielgerichtete Variation in komplexen algebraischen Modellen; Vorstellung von Uneinheitlichkeit der Effekte auf Modellkomponenten bei Variation einer Größe, weshalb der Gesamteffekt schwer abzuschätzen ist.
- Vorstellung von der Modellunsicherheit (Formeln, Faktorwerte).
- Abschätzen der Auswirkungen der Unsicherheit zur adäquaten Einschätzung der berechneten Werte (wie z.B. Sicherheiten).
- vektorielle Modellvorstellung mit Vektoraufteilungen.

- Welche weiteren Berechnungsaufgaben würden an eine spezielle Berechnungsabteilung übergeben und wie sieht die Kommunikationsschnittstelle zu einer solchen Abteilung aus („boundary objects“)?

Eventuell könnte man, wenn die Anwendung dies erfordert, noch eine genauere Zahnradberechnungen mit Hexagon® und KISSsoft® durchführen, die mit genaueren Modellen arbeiten, deren Kenntnis zur sinnvollen Nutzung sicherlich erforderlich ist. Student B, der zur Zeit der Abfassung dieses Berichts als Diplomand (betreut durch den Verfasser) in einer Firma mit ähnlichen Fragestellungen befasst ist, hat genauere Untersuchungen mit KISSsoft® gemacht, um zu erkennen, ob der Fehler bei den einfacheren Berechnungen tolerable ist. Er war aber als sehr guter Student auch in der Lage, sich schnell in das komplexere Berechnungsprogramm einzuarbeiten.

4. Resümee und Ausblick

In der in diesem Bericht beschriebenen Projektphase sollte die Mathematiknutzung bei einer „typischen“ Maschinenelementauslegungsaufgabe erkundet werden, die von zwei Studenten des achten Semesters bearbeitete wurde. Bezüglich der potentiellen Risiken des Untersuchungsansatzes, die in (Alpers, 2005) diskutiert werden, lässt sich Folgendes feststellen:

- Die Aufgabenstellung ist durchaus realistisch, was sich auch bei der Betreuung von Student B als Diplomand in einer Firma zeigt. Die Aufgabe ähnelt anderen standardmäßigen Auslegungsaufgaben, wie sie etwa im Lehrbuch von Roloff/Matek zu finden sind, das auch in der Praxis benutzt wird. Es ergeben sich allerdings keine Probleme mit neuen, nicht vom gegebenen Modell erfassten Situationen wie bei Gainsburg, sodass das entsprechende Verhalten in solchen Situationen nicht untersucht werden konnte.
- Problematischer ist, dass die Bearbeitung vielfach Angaben aus der konkreten Anwendung benötigt, die nicht zur Verfügung stehen. Die Studenten haben sich –

teilweise in Absprache mit dem Anwendungskollegen – damit beholfen, dass sie gewisse Annahmen gemacht haben. Dieses Problem sieht im übrigen der Anwendungskollege auch bei seinen eigenen Konstruktionsaufgaben. Was natürlich auch nicht ohne realen Hintergrund zu klären ist, ist die Frage, ob die Ergebnisse „gut genug“ sind oder ob man noch weiter variieren sollte. Daher war ein in der Praxis eventuell beobachtbarer weiterer Verbesserungsprozess mit seinen Eigenheiten im Projekt nicht feststellbar.

- Eine weitere Beschränkung des Untersuchungsansatzes liegt darin, dass mit dem Verhalten der Studenten im achten Semester allenfalls das Verhalten von Jungingenieuren reflektiert wird. Dies kann man zwar teilweise dadurch ausgleichen, dass man den Anwendungskollegen nach realistischen Alternativen befragt, aber den Ablauf einer Diskussion zwischen jungem und erfahrenem Ingenieur wie bei Gainsburg kann man nicht erfassen.
- Die Toolumgebung ist durchaus realistisch, da MDesign® auch in der Industrie Verwendung findet. Student B hat allerdings erklärt, dass er bei einer „echten“ Industrieaufgabenstellung auch noch die entsprechenden DIN-Normen hinzugezogen hätte.

Die Untersuchungsmethode hat sich erneut als sinnvoll erwiesen, da es dem Verfasser durch intensiveres Nachfragen bei den Studenten und dem Anwendungskollegen und durch die Eigenbeschäftigung mit dem Tool und den Ergebnissen der Studenten möglich war, die grundlegende Auslegungsaufgabe mit all ihren Vagheiten zu erfassen und damit Problemsituationen und Potentiale zu erkennen. Dies wäre bei einer Beobachtung von Arbeiten im realen industriellen Umfeld kaum denkbar, da man das Zeitkontingent der Mitarbeiter nur in sehr bescheidenem Rahmen beanspruchen kann.

Im Folgenden sollen die wesentlichen Erkenntnisse bezüglich der Mathematiknutzung und der erforderlichen mathematischen Qualifikationen kurz umrissen werden, wobei die Ergebnisse auch auf die einleitend dargelegten Forschungsergebnisse von Bissell/Dillon, Gainsburg und Cardella zu beziehen sind.

- Bei der Bearbeitung der Aufgabenstellung und Nutzung der Tools stand das Berechnungsmodell im Mittelpunkt. Dieses war nicht aufzustellen, sondern bereits lehrbuchhaft gegeben. Eine etwas aufwändigere, aber prinzipiell ähnliche Modellierung ist in der entsprechenden DIN-Richtlinie gegeben. Dies bestätigt also die These von Bissell und Dillon, dass Ingenieure eher in gegebenen, anerkannten Modellen arbeiten, statt sie selbst neu zu entwickeln. Das Modell beruht auf vielen Erfahrungen und Forschungsarbeiten, sodass der praktische Ingenieur das genaue Zustandekommen des Modells in der Regel nicht kennen und nachvollziehen kann. Er muss trotzdem in diesem Modell arbeiten und gewissenhaft teilweise aufwändige Algorithmen (Schemata) abarbeiten.
- Das Modell ist von algebraischer Art. Es wird dadurch komplex, dass es eine Vielzahl von Variablen beinhaltet, deren Einfluss nicht immer sofort ersichtlich ist. In der Grundstruktur handelt es sich um ein multiplikatives Modell, bei dem Grundwerte schrittweise durch Heranmultiplizieren von Faktoren in tatsächliche Werte (Belastungen bzw. ertragbare Werte) umgeformt werden. Der Quotient liefert dann die Sicherheit. Diese algebraische Grundstruktur sollte verstanden sein, um sinnvoll und effizient im Modell zu arbeiten. In ihm ist erkennbar, wie sich Variationen auswirken.
- Das Modell enthält wie auch bei Cardella und Gainsburg vermerkt eine Vielzahl von Parametern, die aus dem Anwendungszusammenhang geschätzt werden müssen, wodurch eine Unsicherheit per se gegeben ist. Diese Unsicherheit ist zu beachten, wenn die Ergebnisse der Modellberechnung interpretiert werden. Die Sicherheitsfaktoren, die sich ergeben, sind also nicht etwa als präzise Größen zu deuten, sodass etwa eine Sicherheit von (rechnerisch) „exakt“ 1,0 keineswegs als

ausreichend zu betrachten ist. Es ist auch sinnvoll, Varianten mit anderen Annahmen durchzuspielen, um den Einfluss auf die Sicherheitsfaktoren abzuschätzen. Erforderliche Sicherheitsfaktoren sind eine auszuhandelnde, nicht etwa eine mathematisch genau fixierte Größe. Dieser „soziale Kontext“ wurde auch schon bei Gainsburg hervorgehoben.

- Eine weitere unsichere Größe bilden im Allgemeinen die auszuhaltenden Lasten. Diese waren bei der Aufgabenstellung zwar eindeutig vorgegeben, in der Praxis zeigt sich aber beim Studenten B in seiner Diplomarbeit, dass auch bei den Lasten vielfach eine Abschätzung in Lastkollektiven erforderlich ist und die Umformung eines Lastkollektivs in eine „äquivalente“ Gesamtlast ist eine approximative Modellierung.
- Bei der Variation im Modell hat sich aber auch gezeigt, dass die Studenten nicht auf die mathematische Ebene zurückgegangen sind, sondern sich auf ihre qualitativen Kenntnisse beziehen und das Programm zum leichten Durchspielen nutzen. Es wird eher iterativ verbessert als im mathematischen Sinne optimiert, was auch schon bei Gainsburg und Cardella festgestellt wurde. Dies hängt natürlich auch mit der Projektumgebung zusammen. Es war nicht klar, wie weit die Lösungen auszureizen waren. Außerdem stellte der Bearbeitungszeitraum eine Beschränkung dar. Nach Auskunft des Anwendungskollegen hat man eine andere Situation, wenn man – etwa für Serienteile – auch die „letzten fünf Prozent“ herausholen muss. Hier stellen sich also in der Praxis je nach Rahmenbedingungen sehr unterschiedliche Aufgaben und Anforderungen.
- Ein Problem bei Modellen mit vielen Variablen besteht darin, einen brauchbaren Anfangsentwurf zu erzeugen, mit dem man dann in Iterationen zu einer akzeptablen Lösung kommt. Hier spielen zum einen Erfahrungen eine große Rolle, zum anderen Überschlagsmodelle wie dasjenige für den überschlägigen Wellendurchmesser. Solche Überschlagsmodelle gibt es nach Auskunft des Anwendungskollegen in der Regel bereits.
- Neben dem Modell zur Berechnung der Sicherheiten kommt auch noch dem mechanischen Modell zur Bestimmung der Kräfte bei der Wellen- und Lagerauslegung eine hohe Bedeutung zu. Hier zeigten sich Unsicherheiten bei den Studenten, die zu Vergrößerungen führten, die allerdings letztendlich an der realistischen Auslegung nichts änderten. Die Vergrößerungen und ihre Auswirkungen sollten den Studenten aber eigentlich bewusst sein. In Situationen, in denen wie oben beschrieben die „letzten fünf Prozent“ wesentlich sind, muss man dann ggf. zu einer genaueren Modellierung übergehen können.
- Es hat sich gezeigt, dass die Berechnungsarbeit nicht einfach „auf Knopfdruck“ an das benutzte Programm zu delegieren war. Vielfach mussten Eingabewerte per Hand in eigenen kleinen Modellen bestimmt werden. Auch war zwischen den Programmteilen noch eine eigene Datenermittlung erforderlich.
- Es hat sich wiederum wie in früheren Projektphasen gezeigt, dass es beim Programm leicht zu fehlerhaften oder untauglichen Eingaben oder Nutzungen kommen kann. Bei der Belastungseingabe für die Wellen wird eine fehlerhafte Eingabe sogar fast provoziert. Hier ist eine genaue Kenntnis des mechanischen Modells erforderlich, wenn man solche Fehler vermeiden will. Es ist allerdings die Frage, ob die Qualifikation der Aufstellung solcher Modelle nicht eher eine Aufgabe der Mechanik- denn der Mathematikausbildung ist.
- Neben der Berechnung zeigte sich auch, wie schon insbesondere von Gainsburg festgestellt, die Wichtigkeit außermathematischer Aspekte. Das wesentliche Ziel besteht darin, eine funktionale und kostengünstige Lösung zu finden. Wie sich in der Diskussion mit dem Anwendungskollegen gezeigt hat, spielen gerade für den letzteren Punkt häufig logistische oder fertigungstechnische Aspekte eine wichtige, wenn nicht

ausschlaggebende Rolle. Außerdem ist die in der Firma vorhandene Erfahrung (und damit das Einschätzungsvermögen nach Gainsburg) ein wesentliches Argument bei der Auswahl von Lösungsalternativen.

- Beim mathematischen Selbstverständnis der Bearbeiter trifft man auch auf die schon in andern Arbeiten konstatierte Einstellung, dass die benutzte Mathematik zwar wichtig, aber eher von geringem Niveau war. Student B hat die Notwendigkeit des Umgangs mit algebraischen Modellen knapp mit den Worten umschrieben: „Man muss Formeln mögen“.

Aus den obigen Erkenntnissen ergeben sich auch Konsequenzen für die Lehre. Offenbar spielen Modelle und die Arbeit in Modellen eine wichtige Rolle bei der effizienten Aufgabebearbeitung. Die Ausbildung sollte also das Aufstellen und Bearbeiten trainieren, wobei sich allerdings die Frage stellt, wie die Aufgabenverteilung zwischen der Mathematikausbildung und der Ausbildung in den Anwendungsfächern ist. Denn letztere ist ja auch durchzogen von mathematischen Modellen. Man könnte sogar sagen, dass es gerade das Kennzeichen der Hochschulausbildung (gegenüber der Techniker- oder Handwerker-ausbildung) ist, in Modellen zu denken, die häufig mathematischer Natur sind. Wie auch immer diese Verteilung genauer vorzunehmen ist, es dürfte auf jeden Fall auch in der Mathematikausbildung sinnvoll sein, Problem in Modellen zu bearbeiten und den Umgang mit Unsicherheit und Approximation zu thematisieren. Hier könnte auch die Fehlerrechnung zur Abschätzung von Unsicherheiten eine wichtige Rolle spielen. Ferner wären Strategien der zielgerichteten Variation in solchen Modellen ein wichtiger Ausbildungsgegenstand. Man sollte hier auch eher qualitative, manchmal intuitive Variationsmodelle und mathematische Optimierungsmodelle einander gegenüberstellen und die jeweiligen sinnvollen Einsatzbereiche besprechen. Die lässt sich etwa im Rahmen von Anwendungsprojekten realisieren, wie sie der Verfasser bereits in der Mathematikausbildung durchführt (vgl. Alpers 2002). Hier können dann auch offene Randbedingungen thematisiert werden, die das in der Praxis häufig notwendige Treffen von Annahmen erfordern.

Ferner hat sich gezeigt, dass auch das saubere Abarbeiten nicht selbst entwickelter und völlig durchschaubarer komplexerer Berechnungsvorschriften (Schemata) eine keineswegs selbstverständliche, mithin also auch zu trainierende Qualifikation ist. Solche Schemaabarbeitung findet man häufig in der traditionellen Mathematikausbildung (auch des Verfassers), die in dieser Hinsicht also durchaus ihren Wert hat.

Insgesamt erscheint es auch bei Ingenieurstudenten als sinnvoll, gegenüber der Mathematik eine Einstellung der „skeptischen Verehrung“ oder – anders formuliert – der „kritischen Wertschätzung“ zu vermitteln, die die Kenntnis um Chancen und Grenzen der mathematischen Vorgehensweise bei der Bearbeitung von Ingenieurproblemen beinhaltet.

Bislang wurden im Projekt eine eher statische Konstruktionsaufgabe, eine Mechanismenaufgabe und eine Maschinenelementauslegungsaufgabe bearbeitet. Um das Bild abzurunden (ohne den falschen Anspruch auf Vollständigkeit zu erheben), soll in der letzten Projektphase eine „typische“ Aufgabe aus dem Bereich der Messtechnik (mit Labview®) identifiziert und untersucht werden. Hier könnte es beispielsweise darum gehen, eine messtechnische Apparatur aufzustellen, die Messungen zu erfassen und die Ergebnisse darzustellen, zu verarbeiten und zu interpretieren.

5. Literatur

Für die grundlegende Literatur zum Thema „Mathematik am Arbeitsplatz“ sei auf (Alpers, 2005) verwiesen.

Alpers, B.(2005): Zur mathematischen Expertise von Maschinenbauingenieuren, Bericht zum LARS-Projekt, Aalen.

Alpers, B. (2002): Mathematical application projects for mechanical engineers – Concept, guideline and examples, Borovcnik, M., Kautschitsch, H. (Eds.): *Technology in Mathematics Teaching*, Vol. 2, Proc. ICTMT 5 (Klagenfurt), Wien: öbv&hpt, 393-396.

Bissell, C., Dillon, C. (2000): Telling tales: Models, stories, and meanings, *For the Learning of Mathematics* 20, 3-11.

Cardella, M.E., Atman, C.J. (2005a): A qualitative study of the role of mathematics in engineering capstone projects: Initial insights, in: Aung, W., King, R.W. Moscinski, J., Ou, S., Ruiz, L. (Eds.): *Innovations 2005: World innovations in engineering education and research*, Arlington (VA): International Network for Engineering Education and Research, 347-362.

Cardella, M.E., Atman, C.J. (2005b): Engineering students' mathematical problem solving strategies in capstone projects, Proc. of the 2005 ASEE Annual Conference.

Cardella, M.E. (2006): Engineering students' mathematical thinking: In the wild and with a lab-based task, (ohne Ort, vermutlich 2006).

Cardella, M.E. (2007): Mathematical modelling in engineering design projects: Insights from an undergraduate capstone design project and a year-long graduate course, erscheint in: Proc. der ICTMA 13, Bloomington 2007.

Gainsburg, J. (2005): School mathematics in work and life: what we know and how we can learn more, *Technology in Society* 27, 1-22.

Gainsburg, J. (2006): The mathematical modeling of structural engineers, *Mathematical Thinking and Learning* 8, 3-36.

Gainsburg, J. (2007a): Problem solving and learning in everyday structural engineering work, in: Lesh, R.A., Hamilton, E., Kaput, J.J. (Eds.): *Foundation for the future in mathematics education*, Mahwah (NJ), London: LEA, 37-56.

Gainsburg, J. (2007b): The mathematical disposition of structural engineers, *Journal for Research in Mathematics Education* 38, 477-506.

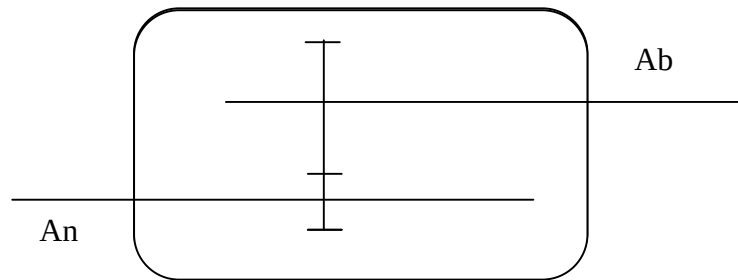
Haberhauer, H., Bodenstein, F. (2006): *Maschinenelemente*, 14. Aufl., Heidelberg: Springer.

Jahnasch, D. u.a. (2007): *Roloff/Matek Maschinenelemente. Lehrbuch und Tabellenbuch*, 18. vollst. Überarb. Aufl., Braunschweig: Vieweg.

Schoenfeld, A.H. (1992): Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics, in: Grouws, D.A. (Ed.): *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, New York: Macmillan, 334-371.

Aufgabenbeschreibung: Grobe Auslegung von Getriebekomponenten

Für den Antrieb eines technischen Gerätes steht ein Motor mit der Leistung P und der Drehzahl n_{an} zur Verfügung. Das technische Gerät erfordert eine Drehzahl von n_{ab} . Für die Übersetzung wird ein mechanisches Getriebe eingesetzt. Es ist als einstufiges Zahnradgetriebe konzipiert.



Technische Daten:

Antriebsleistung des Motors:	$P = 15 \text{ kW}$
Antriebsdrehzahl	$n_{an} = 3000 \text{ min}^{-1}$
Abtriebsdrehzahl	$n_{ab} \sim 1200 \text{ min}^{-1}$
Abstand der Wellen:	$a \sim 200 \text{ mm}$
Lebensdauer der Lager:	$L_{10h} > 10\,000 \text{ h}$

Aufgaben:

1. Dimensionierung der Zahnräder
2. Ermittlung der Lagerkräfte
3. Dimensionierung der Wellen
4. Dimensionierung der Lager

Für die Dimensionierung stehen die Programme M-Design® und Bearinx® zur Verfügung.

Folgende Aufgaben sind **n i c h t** mit zu erledigen:

Schmierung
Kupplung
Fertigungsunterlagen

Informationen zur Durchführung der Aufgabe

Zeitraumen: ca. 100 Stunden

Arbeitsauftrag: wird vom Kollegen M. gestellt

Durchführung und Dokumentation des Arbeitsprozesses:

Falls sich Fragen bei der Bearbeitung (Randbedingungen, Detaillierungsgrad) ergeben, klären Sie diese bitte mit dem Kollegen M. Dokumentieren Sie bitte ihren Denk- und Arbeitsprozess so, dass er für einen Außenstehenden nachvollziehbar ist. Die Dokumentation sollte folgendes umfassen:

- Detailliertes Aufschreiben aller Überlegungen (Vorgehensweise, Identifikation von Teilaufgaben) und Entscheidungen, insbesondere auch der Probleme und Wege der Problemlösung (mit Alternativen, falls ebenfalls angedacht)
- Genaue Beschreibung der genutzten Ressourcen (Tools, Tabellenbücher, Formelsammlung, sonstige Bücher, Internet-Informationen, Produktbeschreibungen, ...) und der Art der Nutzung, auch Probleme mit der Nutzung
- Aufzeichnung der Problemklärungen mit dem Kollegen M.

Die Aufzeichnungen in der Dokumentation sollen nicht – wie in der Diplomarbeit oder bei den Mathematik III-Projekten – eine nachträglich wohlstrukturierte Form haben, sondern den eigentlichen Arbeitsprozess nachvollziehbar machen. Schreiben Sie also einfach nach jeder Arbeitsphase kurz und ohne Formulierungskunst auf, was Sie gemacht und dabei gedacht haben. Bewahren Sie bitte auch Ihre Notizzettel, Skizzen und Papierrechnungen auf und legen Sie diese zur Dokumentation.

Am Ende der Arbeit möchte ich nach Sichtung der Unterlagen noch einmal den Arbeitsprozess mit Ihnen durchgehen und Sie zu mir unklaren Punkten näher befragen, etwa auch zur genauen Nutzung der Tools wie CAD oder Mechanikprogramm.

Anhang 3: Input und Output bei der MDesign®-Berechnung „Geometrie Stirnräder“

Eingabedaten:

Profilwinkel	$\alpha_P = 20$	°
Zahnkopfhöhenfaktor, Ritzel	$ha_{P1}^* = 1$	
Zahnkopfhöhenfaktor, Rad	$ha_{P2}^* = 1$	
Kopfspielfaktor	$c_{P^*} = 0.25$	
Fußrundungsradiusfaktor	$\rho_{fP^*} = 0.45$	
Zahnkopfdickenfaktor	$san^* = 0.25$	
Lückenweitenfaktor (Innenradpaar)	$efn^* = 0$	
Kopfkürzung, Ritzel	$k_1 : 0$	mm
Kopfkürzung, Rad	$k_2 : 0$	mm
Schrägungswinkel	$\beta = 12$	°
Normalmodul	$m_n = 4.5$	mm
Zähnezahl, Ritzel	$z_1 : 25$	
Zähnezahl, Rad	$z_2 : 63$	
Übersetzungsverhältnis	$i : 0$	
Treibendes Element	Ritzel	
Achsabstand	$a : 200$	mm
Profilverschiebungsfaktor, Ritzel	$x_1 : -0.257$	
Profilverschiebungsfaktor, Rad	$x_2 : -0.257$	
Zahnbreite, Ritzel	$b_1 = 75$	mm
Zahnbreite, Rad	$b_2 = 70$	mm

Werkzeugdaten für Ritzel

Schneidradzähnezahl	$z_{01} : 10$
Profilver.-Faktor, am Schneidrad	$x_{01} : 0$

Werkzeugdaten für Rad

Schneidradzähnezahl	$z_{02} : 10$
Profilver.-Faktor, am Schneidrad	$x_{02} : 0$

Ergebnisse Außenradpaar

Kopfspiel am Bezugsprofil	c	=	1.1250	mm
Effektives Zähnezahlverhältnis	u	=	2.5200	
Effektives Übersetzungsverhältnis	$ieff$	=	2.5200	
Null-Achsabstand	ad	=	202.4234	mm
Summe der Profilverschiebungsfaktoren	x_g	=	-0.5142	
Stirneingriffswinkel	α_t	=	20.4103	°
Betriebseingriffswinkel	α_{wt}	=	18.4544	°
Grundschrägungswinkel	β_t	=	11.2665	°
Länge Eintritts-Eingriffsstrecke	gf	=	13.2387	mm
Länge Austritts-Eingriffsstrecke	ga	=	8.8725	mm
Eingriffsstrecke	ga	=	22.1112	mm
Profilüberdeckung	ea	=	1.6323	
Sprungüberdeckung	$e\beta$	=	1.0295	
Gesamtüberdeckung	eg	=	2.6618	
Zahndicke am Kopfkreisdurchm.	san	=	Ritzel 4.1385 Rad 3.9752	mm
Zahnhöhe	h	=	9.4927	mm
Zahnkopfhöhe	ha	=	2.7112	mm
Zahnfußhöhe	hf	=	6.7815	mm

Teilkreisdurchmesser	d	=	115.0133	289.8336	mm
Grundkreisdurchmesser	db	=	107.7927	271.6376	mm
V-Kreis-Durchmesser	dv	=	112.7003	287.5206	mm
Wälzkreisdurchmesser	dw	=	113.6364	286.3636	mm
Fußkreisdurchmesser	df	=	101.4503	276.2706	mm
Kopfkreisdurchmesser	da	=	120.4356	295.8132	mm
Kopfkreisdurchmesser (theor.)	da th	=	121.7003	296.5206	mm
Kopfkürzung	k	=	0.6323	0.3537	mm
Tatsächliches Kopfspiel	c	=	1.6780	1.4397	mm
Fuß - Formkreisdurchmesser	dFf	=	108.5960	281.7067	mm
Fuß - Nutzkreisdurchmesser	dNf	=	108.1095	280.6629	mm
Ersatzzähnezahl	zn	=	26.5728	66.9635	
Max. spez. Gleiten am Punkt A	ζ_A	=	-3.8954	0.7957	
Max. spez. Gleiten am Punkt E	ζ_E	=	0.4614	-0.8568	
Grundzylinder - Normalteilung	pbn	=	13.2846		mm
Grundzylinder - Stirnteilung	pbt	=	13.5456		mm
Normaleingriffsteilung	pen	=	13.2846		mm
Stirneingriffsteilung	pet	=	13.5456		mm
<u>Werkzeugwerte des Schneidrades zur Ritzelerzeugung:</u>					
Schneidradzähnezahl	z01	=	10		
Zahnkopfhöhenfaktor	haP01*	=	1.2500		
Zahnfußhöhenfaktor	hfP01*	=	1.0000		
Profilverschiebungsfaktor	x01	=	0.0000		
Erzeugungsachsabstand	a01	=	79.2813		mm
Erzeugungsnullachsabstand	ad01	=	80.5093		mm
Eingriffswinkel bei Erzeugung	α_{wt01}	=	17.8736		mm
Schneidradteilkreisdurchmesser	d01	=	46.0053		mm
Schneidradgrundkreisdurchmesser	db01	=	43.1171		mm
Schneidradkopfkreisdurchmesser	da01	=	57.2553		mm
Fußkreisdurchmesser, Ritzel (Erzeugung)	dfE1	=	101.3073		
<u>Werkzeugwerte des Schneidrades zur Raderzeugung:</u>					
Schneidradzähnezahl	z02	=	10		
Zahnkopfhöhenfaktor	haP02*	=	1.2500		
Zahnfußhöhenfaktor	hfP02*	=	1.0000		
Profilverschiebungsfaktor	x02	=	0.0000		
Erzeugungsachsabstand	a02	=	166.7318		
Erzeugungsnullachsabstand	ad02	=	167.9194		mm
Eingriffswinkel bei Erzeugung	α_{wt02}	=	19.2837		mm
Schneidradteilkreisdurchmesser	d02	=	46.0053		mm
Schneidradgrundkreisdurchmesser	db02	=	43.1171		mm
Schneidradkopfkreisdurchmesser	da02	=	57.2553		mm
Fußkreisdurchmesser, Rad (Erzeugung)	dfE2	=	276.2084		

—

Anhang 4: Input und Output bei der MDesign(R)-Berechnung „Stirnradberechnung Festigkeit“

Eingabedaten:

Stützlagerabstand	l = 200	mm
Aussermittigkeit des Ritzels	s = 0	mm
Wellendurchmesser des Ritzels	dsh = 30	mm
Faktor	K 0.48	
Art der Schrägverzahnung	Einfach	
Anwendungsfaktor	KA = 1	
Leistung	P = 15	kW
Drehzahl Ritzel	n1 = 3000	1/min
Betriebstemperatur	$\theta = 20$	°C

Ölnennviskosität bei 40°C <cSt>	ν_{32}	
Öltemperatur	toil = 20	°C
Ölzuführungsart	Tauchschmierung	
Kraftstufe FZG - Test	9	
Breitenballigkeit/Endrücknahme	keine Berücksichtigung	
Lebensdauer	Lh = 10000	h
Flankensicherheit	SHmin = 1	
Zahnfußsicherheit	SFmin = 1	
Freßsicherheit	SBmin = 1	
Geometrie aus Datei		

C:\Alpers\MathematicalExpertiseOfEngineers\Studentendokumente\Bauer\auslegung_getriebe\verzahnungsgeometrie.xml

	Ritzel	Rad	
Form	Scheiben	Scheiben	
Zahnkranzinnendurchmesser	di = 0	0	mm
Verzahnungsqualität	6	6	
Gemitt. Rauhtiefe (Zahnfuß)	Rz = 1.6	1.6	µm
Gemitt. Rauhtiefe (Zahnflanke)	Rz = 1.6	1.6	µm
Profilkorr. Kopfrücknahme	ca = 0	0	µm
Belastungsart	schwellende	schwellende	
Grübchenbildung (ja/nein)	nein	nein	

Breitenfaktor (Zahnfluß)	KF β : 0
Breitenfaktor (Zahnkopf)	KH β : 0
Breitenfaktor (Fressen)	KB β : 0

Stirnradberechnung - Werkstoffauswahl

	Ritzel	Rad	
Werkstoffbezeichnung	15CrNi6	15CrNi6	
Werkstoffart	= 12	12	
Gefügefaktor	XW = 1	1	
Dichte	$\rho = 7.85$	7.85	kg/dm ³
Härte	HB = 217	217	
Elastizitätsmodul	E = 215000	215000	N/mm ²
Poissonkonstante	$\nu = 0.3$	0.3	
Streckgrenze	Re = 685	685	N/mm ²
Zugfestigkeit	Rm = 960	960	N/mm ²
Wärmeleitfähigkeit	$\lambda = 1$	1	N/sK
Spez. Wärmekapazität	cM = 1	1	

Zahnfußfestigkeit	$\sigma_{Flim} = 315$	315	N/mm ²
Grübchenfestigkeit	$\sigma_{Hlim} = 1300$	1300	N/mm ²

Ergebnisse : allgemeine Faktoren

Ursprünglich wirksame				
Flankenlinienabweichung	F β_x	=	10.25	μm
Flankenlinien - Winkelabweichung	fH β	=	10.00	μm
Herstellungs - Flankenlinienabweichung	fma	=	10.00	μm
Flankenlinienabweichung durch Ritzelverf.	fsh	=	0.19	μm
Profil - Formabweichung Ritzel	ff1	=	10.00	μm
Profil - Formabweichung Rad	ff2	=	10.00	μm
Eingriffsteilungs - Abweichung, Ritzel	fpel	=	9.00	μm
Eingriffsteilungs - Abweichung, Rad	fpe2	=	10.00	μm
Effektive Profilformabweichung	ffeff	=	9.25	μm
Effektive Eingriffsteilungsabweichung	fpeeff	=	9.25	μm
Rad - Drehzahl	n2	=	1190.5	1/min
Ritzel - Lastspielanzahl	nls1	=	1800000000	
Rad - Lastspielanzahl	nls2	=	714285714	
Resonanzdrehzahl Ritzel	ne1	=	3089.95	1/min
Resonanzdrehzahl Rad	ne2	=	1226.17	1/min
Bezugsdrehzahl	N	=	0.97	
Reduzierte Masse / Zahnbreite	mred	=	0.0345	kg/mm
Umfangsgeschwindigkeit am Teilkreis	v	=	18.067	m/s
Umfangsgeschwindigkeit am Wälzkreis	vw	=	17.850	m/s
Einzelfedersteifigkeit	c'	=	1.5335	N/mm μm
Eingriffsfedersteifigkeit	cgamma	=	2.2604	N/mm μm
Dynamikfaktor	Kv	=	1.8944	
Breitenfaktor (Fuß)	KF β	=	1.3684	
Breitenfaktor (Flanke)	KH β	=	1.4384	
Breitenfaktor (Fressen)	KB β	=	1.4384	
Stirnfaktor (Fuß)	KF α	=	1.1891	
Stirnfaktor (Flanke)	KH α	=	1.1891	
Stirnfaktor (Fressen)	KB α	=	1.1891	
Schrägungsfaktor (Fressen)	KBgamma	=	1.2488	
Ritzel - Drehmoment	T1	=	47.7	Nm
Rad - Drehmoment	T2	=	120.3	Nm
Nenn - Umfangskraft am Teilkreis	Ftn	=	830.3	N
Umfangskraft bezogen auf den Wälzkreis	Ftw	=	840.3	N
Radialkraft bezogen auf den Wälzkreis	Frw	=	280.4	N
Axialkraft bezogen auf den Wälzkreis	Faw	=	178.6	N
Zahnkraft bezogen auf den Wälzkreis	Fw	=	903.7	N
Linienlast (Ftn * KA / b)		=	11.9	N/mm

Ergebnisse : Grübchentragfähigkeit

Zonenfaktor	ZH	=	2.5868
Elastizitätsfaktor	ZE	=	193.9137
Überdeckungsfaktor (Flankenpressung)	Zeps	=	0.7828
Schrägenfaktor (Flankenpressung)	Z β	=	0.9890
Werkstoffpaarungsfaktor	ZW	=	1.0000
Schmierstofffaktor (dauer)	ZLd	=	0.9224
Schmierstofffaktor (statisch)	ZLs	=	1.0000
Geschwindigkeitsfaktor (dauer)	ZVd	=	1.0173
Geschwindigkeitsfaktor (statisch)	ZVs	=	1.0000
Rauheitsfaktor (dauer)	ZRd	=	1.0712
Rauheitsfaktor (statisch)	ZRs	=	1.0000

			Ritzel	Rad	
Lebensdauerfaktor (dauer)	ZNTd	=	1.0000	1.0000	
Lebensdauerfaktor (statisch)	ZNTs	=	1.6000	1.6000	
Größenfaktor (dauer)	ZXd	=	1.0000	1.0000	
Größenfaktor (statisch)	ZXs	=	1.0000	1.0000	
Einzeleingriffsfaktor	ZB	=	1.0000	ZD= 1.0000	
Grenzflankenpressung	σ_{HG}	=	1306.7	1306.7	N/mm ²
Vorhandene Flankenpressung	σ_H	=	265.3	265.3	N/mm ²
Flankensicherheitsfaktor	SH	=	4.93	4.93	
Erreichbare Lebensdauer	Lh	=	dauerfest	dauerfest h	

Ergebnisse : Zahnfußtragfähigkeit

Überdeckungsfaktor (Fußspannung)	Yeps	=	1.0000
Schrägenfaktor (Fußspannung)	γ_β	=	0.9000
Referenzprüfräder	YST	=	2.0000

			Ritzel	Rad	
Formfaktor	Yf	=	1.5514	1.2562	
Spannungskorrekturfaktor	Ys	=	1.6920	1.9227	
Lebensdauerfaktor (dauer)	YNTd	=	1.0000	1.0000	
Lebensdauerfaktor (statisch)	YNTs	=	2.5000	2.5000	
Rel. Stützziffer (dauer)	YDrelTd	=	0.9882	0.9925	
Rel. Stützziffer (statisch)	YDrelTs	=	0.8645	0.9660	
Rel. Oberflächenfaktor (dauer)	YRrelTd	=	1.0920	1.0920	
Rel. Oberflächenfaktor (stat.)	YRrelTs	=	1.0000	1.0000	
Größenfaktor (Zahnfuß, dauer)	YXd	=	1.0000	1.0000	
Größenfaktor (Zahnfuß, stat.)	YXs	=	1.0000	1.0000	
Zahnfuß - Grenzspannung	σ_{FG}	=	679.8	682.8	N/mm ²
Vorhandene Zahnfußspannung	σ_F	=	17.9	17.7	N/mm ²
Zahnfußsicherheitsfaktor	SF	=	37.95	38.66	
Erreichbare Lebensdauer	Lh	=	dauerfest	dauerfest h	

Ergebnisse : Fresstragfähigkeit

Blitzfaktor (nach Integraltemp.-Verf.)	XMI	=	7868.9075
Blitzfaktor (nach Blitztemperatur-Verf.)	XMB	=	7868.9075
Geometriefaktor für Ritzelzahnkopf	XBE	=	0.2359
Winkelfaktor	$X_{\alpha\beta}$	=	0.9503
Eingriffsfaktor	XQ	=	1.0000
Kopfrücknahmefaktor	XCa	=	1.0000
Überdeckungsfaktor (Fressen)	Xepsilon	=	0.3488
Schmierungsfaktor	XS	=	1.0000
Mittlere Örtliche Reibungszahl (Integr.)	$\mu_m C$	=	0.0189
Massentemperatur (Integraltemp.verf.)	thetaM-C	=	188.1 °C
Integraltemperatur (Integraltemp.verf.)	thetaint	=	548.3 °C
Maßgebende Umfangskraft / Zahnbreite	wBt	=	48.0 N/mm
Kraftverhältnis	SSL	=	0.5
Freßsicherheit (Integraltemp.verf.)	SintS	=	0.5

Hinweise :

- Freßsicherheit (Integraltemperaturverfahren) SintS < SBmin !
 - Freßsicherheit (Integraltemperaturverfahren) SintS < 1.0 !
 - Linienlast $F_{tn} * K_A / b < 100$ N/mm unterschritten !
 - Das Blitztemperatur-Verfahren konvergiert nicht !
- Die Kontakttemperatur und die Freßsicherheit können nicht berechnet werden !

Anhang 5: Input und Output bei der MDesign(R)-Berechnung „Wellenberechnung“

Eingabedaten:

Festigkeitshypothese	Gestaltänderungsenergiehypothese
Spannungsverhältnis (Zug-Druck)	$\sigma_{zd} = -1$
Spannungsverhältnis (Biegung)	$\sigma_b = -1$
Spannungsverhältnis (Torsion)	$\sigma_t = 0$
Rechenmethode für Festigkeitsnachweis	DIN 743
Beanspruchungsfall	Fall 2 (konstantes Spannungsverhältnis s_a/s_m)
Oberflächenverfestigung	keine Kv = 1.0
Faktor für Maximallast (Zug-Druck)	= 2
Faktor für Maximallast (Biegung)	= 2
Faktor für Maximallast (Torsion)	= 2
Werkstoffbezeichnung	= S235JR
Werkstoffnummer	= 1.0037
Zugfestigkeit	Rm = 340 N/mm²
Streckgrenze, 0,2% Dehngrenze Re	Rp0.2 = 235 N/mm²
Elastizitätsmodul	E = 215000 N/mm²
Schubmodul	G = 83000 N/mm²
Dichte	$\rho = 7.85$ kg/dm³
Poissonkonstante	$\nu = 0.3$
Berechnung der Durchbiegung für Stelle	x = 200 mm
Drehzahl der Welle	n = 3000 1/min
Berücksichtigung Eigengewicht	nein

Wellengeometrie

Nr	l mm	Da l mm	Di l mm	Da r mm	Di r mm	r mm	Rz μm	β_{kZD}	β_{kB}	β_{kT}
1	100	25	0	25	0	0.2	25	0	0	0
2	137.5	30	0	30	0	0.2	25	0	0	0
3	7.5	40	0	40	0	0.2	25	0	0	0
4	55	30	0	30	0	0.2	25	0	0	0
5	50	25	0	25	0	0	25	0	0	0

Lager

Nr	x mm	c_x , N/mm	c_y , N/mm	c_z , N/mm	T_x , Nm/°	T_y , Nm/°	T_z , Nm/°
1	100	0	-1	-1	0	0	0
2	300	-1	-1	-1	0	0	0

Axialkräfte Fax

Nr	Position x mm	Betrag N	Radius mm	Winkel °
1	200	176.5	57.5	0

Radialkräfte Fr bzw. Streckenlast q

Nr	Position x mm	Betrag N, N/mm	Länge mm	Winkel °
1	200	830.3	0	90

2	200	280.4	0	0
---	-----	-------	---	---

Torsionsmomente T

Nr	Position x mm	Betrag Nm, Nm/mm	Länge mm
1	0	47.75	0
2	200	-47.75	0

Betriebstemperatur

$\theta = 60$ °C

Ergebnisse :

Festigkeitshypothese

= Gestaltänderungsenergiehypothese

Gesamtlänge der Welle	lg	=	350.0
Gesamtmasse der Welle	m	=	1.7
Massenträgheitsmoment der Welle	J	=	0.00018
Position des Schwerpunktes auf der x-Achse	xs	=	181.17
Verdrehwinkel der Welle	φ	=	0.12

Lagerreaktionskräfte

.Lager 1 .La

Radialkraft (Y - Achse)	Fry,	N	=	-190.9
Radialkraft (Z - Achse)	Frz,	N	=	-415.2
Result. Radialkraft	Fr,	N	=	457.0
Res. Axialkraft (X - Achse)	Fax,	N	=	0.0
Neigungswinkel	α ,	°	=	0.014626

Belastungen

Belastung Po

Result. max. Biegemoment	Mbmax	=	45.7	Nm	=
Result. max. Biegespannung	σ_{bmax}	=	17.2	N/mm ²	=
Result. max. Torsionsspannung	τ_{tmax}	=	15.6	N/mm ²	=
Result. max. Zug-Druckspan.	σ_{zdmax}	=	-0.2	N/mm ²	=
Min. Sicherheit geg. Dauerbruch	Sd	=	6.5		=
Min. Sicherheit geg. Fließen	Sf	=	5.2		=
Result. max. Durchbiegung	y _{max}	=	0.025527	mm	=
Winkel der max. Durchbiegung		=	0.014626	°	=

Werkstoff-Kennndaten aus Smith - Diagramm für d = 16.0 mm : -) -
(am Probestab mit d = 16.0 mm

Zugfestigkeit	Rm	=	340.0
Streckgrenze	Re	=	235.0
Biegefließgrenze	σ_{bf}	=	329.0
Torsionsfließgrenze	τ_{tf}	=	136.3
Obere Zug-Druck-Dauerfestigkeit	σ_{zgrenz}	=	149.6
Obere Biegedauerfestigkeit	σ_{bgrenz}	=	170.0
Obere Verdrehdauerfestigkeit	σ_{tgrenz}	=	136.3

Berechnungsergebnisse für Stelle x = 200 mm :

Biegemoment	Mbx	=	45.7	N
Biegespannung	σ_{bx}	=	17.2	N
Torsionsspannung	τ_{tx}	=	9.0	N
Zug-Druck-Spannung	σ_{zdx}	=	-0.2	N
Sicherheit gegen Dauerbruch	Sdx	=	7.5	
Sicherheit gegen Fließen	Sfx	=	6.1	
Durchbiegung	y_x	=	0.016649	m
Winkel der Durchbiegung		=	0.001212	°

Statischer Festigkeitsnachweis

Wellen- absatznr.	x mm	techn. Grösse n- einflußf. K1(d)	Erhöhung der Fließ- grenze γ_F	Baute il- fließ- - grenze Z.-D. σ_{zDFK}	Baute il- fließ- - grenze Biegu ng σ_{bFK}	Baute il- fließ- - grenze Torsi on τ_{tFK}	Stat. Siche r- heit Sf
1.	100. 00	1.00	1.1	270.3	324.3	162.8	5.23
2.	237. 50	0.97	1.1	263.4	316.1	158.7	15.33
3.	245. 00	0.97	1.1	263.4	316.1	158.7	17.35
4.	300. 00	1.00	1.1	235.0	282.0	162.8	470.5 7

Dynamischer Festigkeitsnachweis

Wellen- absatznr.	x mm	Stüt- z- zahl Z.- D. $n_{\sigma zd}$	Stüt- z- zahl Bieg. $n_{\sigma b}$	Stüt- z- zahl Tors. n_{τ}	Form- - zahl en Z.- D. $\alpha_{\sigma zd}$	Form- - zahl en Bieg. $\alpha_{\sigma b}$	Form- - zahl en Tors. α_{τ}
1.	100. 00	1.76	1.8	1.7	4.1	3.6	2.30
2.	237. 50	1.77	1.8	1.7	4.7	4.1	2.59
3.	245. 00	1.77	1.8	1.7	4.7	4.1	2.59
4.	300. 00	1.76	1.8	1.7	4.1	3.6	2.30

Wellen- absatznr.	x mm	Kerbwir- k- ungszah- len Z.-D. $\beta_{\sigma zd}$	Kerbwir- k- ungszah- len Bieg. $\beta_{\sigma b}$	Kerbwir- k- ungszah- len Tors. β_{τ}
1.	100. 00	2.30	2.05	1.34
2.	237. 50	2.66	2.31	1.49
3.	245.	2.66	2.31	1.49

	00			
4.	300. 00	2.30	2.05	1.34

Wellen- absatznr .	x mm	Geomet r. Größen - einflu ßf. Faktor K ₂ (d)	Einflußf aktor Oberfl.- rauheit Biegung K _{Fσ}	Einflußf aktor Oberfl.- rauheit Torsion K _{Fτ}	Gesam t- einfl uß- Fakto r Biegu ng K _σ	Gesam t- einfl uß- Fakto r Torsi on K _τ
1.	100. 00	0.92	0.93	0.96	2.31	1.49
2.	237. 50	0.91	0.93	0.96	2.62	1.69
3.	245. 00	0.91	0.93	0.96	2.62	1.69
4.	300. 00	0.92	0.93	0.96	2.31	1.49

Wellen- absatznr .	x mm	Einfluß- faktor Mittelspgs .- empfindlic hkeit Z.-D. ψz d σK	Einfluß- faktor Mittelspgs .- empfindlic hkeit Biegung ψb σK	Einfluß- faktor Mittelspgs .- empfindlic hkeit Torsion ψτK	Dyn. Siche r- heit Sd
1.	100. 00	0.10	0.12	0.11	7.89
2.	237. 50	0.09	0.11	0.10	6.51
3.	245. 00	0.09	0.11	0.10	7.43
4.	300. 00	0.10	0.12	0.11	556.6 7

Zusätzliche Wellendaten

Wellen- absatznr .	l mm	m kg	I _p mm ⁴	J kgm ²
1	100.0	0.39	38349.5	0.000 030
2	137.5	0.76	79521.6	0.000 086
3	7.5	0.07	251327. 4	0.000 015
4	55.0	0.31	79521.6	0.000 034
5	50.0	0.19	38349.5	0.000 015

Anhang 6: Input und Output bei der MDesign(R)-Berechnung „Wälzlager“

Eingabedaten:

Wälzlager, Ausgabe 2002

Angaben zum Berechnungsablauf

Belastungsart	dynamisch
Umfang der Berechnung	normal
Umfang der Ergebnisanzeigen	minimal
Hersteller / Katalogdaten	SKF

Anforderungen an die Lagerung

Lastfälle Berücksichtigen	nein	
Radialkraft	Fr : 493.7	N
Axialkraft	Fa : 0	N
Drehzahl	n = 3000	1/min
Erf. Lebensdauer	Lh erf : 10000	h
Erf. Zuverlässigkeit	Zu erf = 90	%
Erf. Sicherheit gegen stat. Belast.	S0 erf = 2	
Min. zul. Wellendurchmesser	dmin = 25	mm
Max. zul. Außendurchmesser	Dmax = 60	mm
Max. zul. Lagerbreite	Bmax = 30	mm

Lagerparameter

Lagertyp	= Radial Zylinderrollenlager einreihig
Kurzzeichen des Herstellers	:
Reihe	: N2
Äußere Form	: normal

Ergebnisse:

Lagertyp	Radial Zylinderrollenlager einreihig
Hersteller	SKF
Kurzbezeichnung des Lagers	N205EC
Reihe	N2
Äußere Form	normal
Nenndurchmesser der Lagerbohrung	d = 25.0 mm
Nenndurchmesser des Lagermantels	Da = 52.0 mm
Nennbreite	B = 15.0 mm
Äquivalente dynamische Belastung	P = 493 N
Modifizierte Lebensdauer	L = 7.5e+005 10^6 Umdr
Modifizierte Lebensdauer	Lh = 4.2e+006 h

Bewertung der Ergebnisse:

Lh= 4178982.1 h >= 10000 h =Lh erf

Die erreichbare Lebensdauer Lh ist größer als die geforderte Lebensdauer Lherf.

Beachte: Die Lagertemperatur, die Schmiermittelauswahl und die Reinheit im Lager wurden bei dieser Berechnung nicht berücksichtigt.